

## Глава 5

### Колебания ротора синхронного генератора

#### § 5.1. Свободные колебания ротора генератора

Каждый синхронный агрегат, рассматриваемый с позиций аналитической динамики, как показано в гл. 2, может быть представлен в виде обычной крутильной схемы, состоящей из ряда дисков (маховиков) – аккумуляторов кинетической энергии, соединенных между собой упругими связями, включая связь между генератором и сетью. Например, на рис. 5.1 приведена крутильная схема турбогенератора.

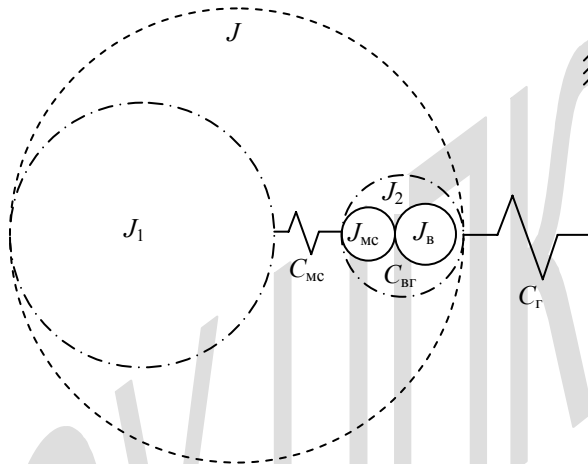


Рис. 5.1. Крутильная схема синхронного турбогенератора, включенного на шины энергосистемы и представление ее двухмассовой ( $J_1, J_2$ ) и одномассовой ( $J$ ) схемами.

Моменты инерции:  $J_1$  – ротора турбины;  $J_2$  – ротора генератора;

$J_B$  – якоря возбuditеля;  $J_{MC}$  – муфты соединительной;

Жесткости:  $C_{MC}$  – соединительной муфты «турбина-генератор»;

$C_{VB}$  – соединительной муфты «генератор-возбудитель»;

$C_T$  – «синхронного вала»

Схема, представленная на рис. 5.1, отличается от известных крутильных схем упругой связью между ротором генератора и «массой» сети, имеющей бесконечно большую величину. Эта упругая связь

характеризуется синхронной жесткостью генератора, которая зависит от режима последнего и вычисляется по формулам (2.69), (2.74), (2.93). Следует отметить, что исследование и расчет высокочастотных крутильных колебаний валов агрегатов производят, как правило, без учета этой синхронной жесткости или определяют ее по весьма приближенным или эмпирическим формулам [25].

Кинетическая энергия приведенной системы определяется по общей формуле (2.89)

$$T = \frac{1}{2} (J_T \dot{\theta}_T^2 + J_{MC} \dot{\theta}_{MC}^2 + J_G \dot{\theta}_G^2 + J_B \dot{\theta}_B^2),$$

где  $J_T, J_{MC}, J_G, J_B$  – моменты инерции эквивалентных масс агрегата: ротора турбины, муфты соединительной, ротора генератора, якоря возбуждителя;  $\theta_T, \theta_{MC}, \theta_G, \theta_B$  – соответствующие углы поворота маховых масс.

Более сложной крутильная схема является у дизель-генератора, у которого имеется кривошипно-шатунный механизм.

На рис. 5.2 приведена эта схема.

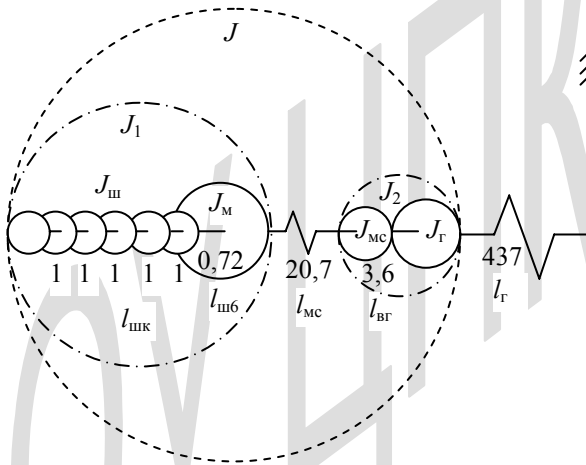


Рис. 5.2. Крутильная схема синхронного шестицилиндрового дизель-генератора и представление ее трехмассовой ( $J_1, J_{MC}, J_G$ ), двухмассовой ( $J_1, J_2$ ) и одномассовой ( $J$ ) схемами (численные значения показывают в качестве примера соотношение податливостей, о. е. ( $l = 1/C$ ) крутильной схемы дизель-генератора)

Кинетическая энергия этой системы определяется также по общей формуле (2.89)

$$T = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^5 J_{шk} \dot{\theta}_{шk}^2 + J_{ш6} \dot{\theta}_{ш6}^2 + J_M \dot{\theta}_M^2 + J_{MC} \dot{\theta}_{MC}^2 + J_\Gamma \dot{\theta}_\Gamma^2 \right),$$

где  $J_{ш}$ ,  $J_M$ ,  $J_{MC}$ ,  $J_\Gamma$  – моменты инерции эквивалентных маховых масс агрегата: кривошипно-шатунного механизма, маховика, муфты соединительной, ротора генератора;  $\theta_{ш}$ ,  $\theta_M$ ,  $\theta_{MC}$ ,  $\theta_\Gamma$  – соответствующие углы поворота маховых масс.

Потенциальная энергия рассматриваемых схем определяется по формуле (2.90). Для рис. 5.1

$$V = \frac{1}{2} [C_{MC} (\theta_{MC} - \theta_\Gamma)^2 + C_{вГ} (\theta_\Gamma - \theta_{MC})^2 - C_\Gamma \theta_\Gamma^2],$$

где  $C_{MC}$ ,  $C_{вГ}$ ,  $C_\Gamma$  – жесткости участков линии вала агрегата: соединительной муфты, вала генератора и «синхронного вала», соответственно. Для рис. 5.2

$$V = \frac{1}{2} \left[ \sum_{k=1}^5 C_{шk} (\theta_k - \theta_{k-1})^2 + C_{ш6} (\theta_M - \theta_{ш6})^2 + C_{MC} (\theta_{MC} - \theta_M)^2 + C_{вГ} (\theta_\Gamma - \theta_{MC})^2 - C_\Gamma \theta_\Gamma^2 \right],$$

где  $C_{шk}$ ,  $C_{ш6}$ ,  $C_{MC}$ ,  $C_{вГ}$ ,  $C_\Gamma$  – жесткости участков линии вала агрегата: колена кривошипно-шатунного механизма, вала фланца маховика, соединительной муфты, вала генератора и «синхронного вала», соответственно.

Подставляя найденные выражения для кинетической и потенциальной энергии в уравнение Лагранжа, можно получить, например, для дизель-генератора девять дифференциальных уравнений второго порядка

$$\left. \begin{aligned} J_{ш1} \ddot{\theta}_{ш1} + C_{ш1} (\theta_1 - \theta_2) &= 0; \\ J_{ш2} \ddot{\theta}_{ш2} + C_{ш1} (\theta_2 - \theta_1) + C_{ш2} (\theta_2 - \theta_3) &= 0; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ J_\Gamma \ddot{\theta}_\Gamma + C_\Gamma \theta_\Gamma &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

Очевидно, исследование такой системы уравнений и вычисление свободных колебаний представляет большие трудности, а при исследовании движения двух, трех и более параллельно включенных агрегатов задача оказывается очень сложной.

Анализ крутильных схем агрегатов показывает, что упругие связи в них имеют различные значения. Линия вала агрегата, включенного на сеть, состоит из участков стального вала, колодок соединительной муфты и «электромагнитного вала» между сетью и ротором.

Податливость упругого вала вычисляется по известной формуле

$$l = \frac{l_b}{GJ_p},$$

где  $G$  – модуль сдвига материала,  $\text{кг} \cdot \text{см}^{-2}$ ;  $l_b$  – длина скручиваемого участка вала,  $\text{см}$ ;  $J_p$  – полярный момент сечения вала,  $\text{см}^4$ .

Модуль сдвига стали составляет  $82 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{см}^{-2}$ , резины –  $7 \text{ кг} \cdot \text{см}^{-2}$ . Такое соотношение модулей материалов дает право считать стальные валы двигателя и генератора абсолютно жесткими и рассматривать упругие связи только соединительной муфты и «электромагнитного вала».

Податливость синхронной связи между ротором генератора и шинами сети, приведенная к валу двигателя, может быть вычислена по формуле [41]

$$l_s = \frac{n\eta_r \cdot 10^{-2}}{975 p S_r} \left[ \frac{x_d x_q}{U E_q x_q \cos \theta_0 + (x_d - x_q) U^2 \cos 2\theta_0} \right], \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1} \quad (5.2)$$

(величины в квадратных скобках принимаются в относительных единицах). Например, для турбогенератора ТВВ–200–2 мощностью 200 МВт при 3000 об/мин податливость без нагрузки и с номинальной нагрузкой соответственно равна  $4,37 \cdot 10^{-7} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  и  $1,95 \cdot 10^{-7} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ , а для генератора ГСС 114–8 мощностью 150 кВт при 750 об/мин податливость без нагрузки и с номинальной нагрузкой соответственно равна  $6,9 \cdot 10^{-6} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$  и  $4,3 \cdot 10^{-6} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ . На крутильной схеме рис. 5.2 проставлены относительные значения податливостей участков линии вала.

В приближенных расчетах, в которых не требуется оценивать влияние ЭДС, напряжения и других параметров на синхронную жесткость, последняя может быть вычислена по формулам

$$C_r = \frac{S \cos \varphi}{\theta_0}, \text{ о. е.}, \quad C_r = \frac{pM_d}{\theta_0}, \text{ кг} \cdot \text{м}, \quad (5.3)$$

где  $\theta_0$  – угол вылета ротора берется в радианах. Первая формула дает величину электрической синхронной жесткости генератора, вторая – ту же величину, приведенную к валу двигателя.

Податливость электрической синхронной связи между валом генератора и шинами сети определится в виде

$$l_s = \frac{\theta_0}{pM_d} 10^{-2}, \text{ кг}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}, \quad (5.4)$$

где  $\theta_0$  – угол вылета ротора вычисляется по формуле (1.1).

При обычных параметрах синхронная податливость генератора в сотни раз превышает податливость вала и в десятки раз – податли-

вость соединительной муфты, имеющей упругие колодки. Поэтому крутильная многомассовая схема синхронного агрегата с целью определения низких частот свободных колебаний может быть сведена к трехмассовой, двухмассовой и одномассовой системе, как показано на рис. 5.1 и 5.2 пунктиром.

В трехмассовой схеме замещения один момент инерции ( $J_1$ ) включает в себя моменты инерции всех вращающихся масс двигателя вместе с маховиком, другой ( $J_{mc}$ ) является моментом инерции соединительной муфты и, наконец, третий ( $J_r$ ) – моментом инерции ротора генератора. Момент инерции «массы сети» принимается равным бесконечно большой величине. Крутильные жесткости между массами представляют собой жесткость колодок соединительной муфты, стального вала генератора и его синхронную жесткость.

Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \sum_{k=1}^6 J_{шк} + J_M; & C_1 &= C_{mc}; & \theta_1 &= \theta_M; \\ J_2 &= J_{mc}; & C_2 &= C_{вг}; & \theta_2 &= \theta_{mc}; \\ J_3 &= J_r; & C_3 &= C_r; & \theta_3 &= \theta_r. \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

В двухмассовой схеме замещения один из моментов инерции ( $J_1$ ) остается прежним: включает в себя моменты инерции вращающихся частей двигателя вместе с маховиком, а другой ( $J_2$ ) складывается из моментов инерции соединительной муфты и ротора генератора. Соответственно обе маховые массы соединены упругой связью, определяемой жесткостью колодок муфты, а упругая связь второй маховой массы с сетью – синхронной жесткостью генератора, т. е.

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \sum_{k=1}^6 J_{шк} + J_M; & C_1 &= C_{mc}; & \theta_1 &= \theta_M; \\ J_2 &= J_{mc} + J_r; & C_2 &= C_r; & \theta_2 &= \theta_r. \end{aligned} \right\}$$

В самой простой схеме замещения одна масса, представляемая суммарным моментом инерции агрегата, имеет упругую связь с «массой» сети, характеризуемой крутильной синхронной жесткостью, т. е.

$$J_1 = \sum_{k=1}^6 J_{шк} + J_M + J_{mc} + J_r, \quad C_1 = C_r, \quad \theta_1 = \theta_r.$$

Кинетическая и потенциальная энергии трехмассовой последовательной системы равны

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{2} (J_1 \dot{\theta}_1^2 + J_2 \dot{\theta}_2^2 + J_3 \dot{\theta}_3^2); \\ V &= \frac{1}{2} [C_1 (\theta_2 - \theta_1)^2 + C_2 (\theta_3 - \theta_2)^2 - C_3 \theta_3^2]. \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

После подстановки этих выражений в уравнение Лагранжа получим систему трех дифференциальных уравнений второго порядка

$$\left. \begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + C_1 (\theta_1 - \theta_2) &= 0; \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + C_1 (\theta_2 - \theta_1) + C_2 (\theta_2 - \theta_3) &= 0; \\ J_3 \ddot{\theta}_3 + C_2 (\theta_3 - \theta_2) + C_3 \theta_3 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Эта система уравнений при соответствующей подстановке значений параметров будет отражать движение двухмассовой и одномассовой систем.

В соответствии с решением дифференциальных уравнений круговая частота свободных колебаний указанных схем замещения определяется в виде корней алгебраических уравнений:

для трехмассовой системы

$$\omega^6 - r_3 \omega^4 + q_3 \omega^2 - p_3 = 0; \quad (5.8)$$

для двухмассовой системы

$$\omega^4 - q_2 \omega^2 + p_2 = 0; \quad (5.9)$$

для одномассовой системы

$$\omega^2 - p_1 = 0, \quad (5.10)$$

где  $r_i, q_i, p_i$  – коэффициенты, вычисляемые по известным моментам инерции и жесткостям схем, а именно:

$$\left. \begin{aligned} r_3 &= \frac{(J_1 + J_2) J_3 C_1 + (J_2 + J_3) J_1 C_2 + J_1 J_2 C_3}{J_1 J_2 J_3}; \\ q_3 &= \frac{(J_1 + J_2 + J_3) C_1 C_2 + (J_1 + J_2) C_1 C_3 + J_1 C_2 C_3}{J_1 J_2 J_3}; \\ p_3 &= \frac{C_1 C_2 C_3}{J_1 J_2 J_3}; \quad q_2 = \frac{(J_1 + J_2) C_1 + J_1 C_2}{J_1 J_2}; \\ p_2 &= \frac{C_1 C_2}{J_1 J_2}; \quad p_1 = \frac{C_1}{J_1}. \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

Уравнение шестой степени (5.8) подстановкой  $\omega^2 = \sigma$  приводится к уравнению третьей степени. Корни алгебраического уравнения третьей степени с наибольшей степенью точности можно определить с помощью вычислительных машин, применяя метод Горнера, и для

ускорения приближения корня к действительному значению – схему обратного деления. Точность результата может быть повышена путем использования формул Вьета. Формулы Вьета, как известно, отражают свойства корней рассматриваемого уравнения третьей степени

$$\sigma^3 - r_3\sigma^2 + q_3\sigma - p_3 = 0, \quad (5.12)$$

а именно:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = r_3, \quad \sigma_1\sigma_2\sigma_3 = p_3, \quad \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} = \frac{q_3}{p_3}.$$

Если известен один корень, например наибольший корень  $\sigma_3$ , вычисленный по методу Горнера, то из второго соотношения находим

$$\sigma_2 = -\frac{p_3}{\sigma_1\sigma_3}.$$

Подставляя это выражение в первое равенство, получаем

$$\sigma_1^2 - (r_3 - \sigma_3)\sigma_1 + \frac{p_3}{\sigma_3} = 0. \quad (5.13)$$

При условии представления синхронного агрегата в виде одно-массовой системы, уравнение его свободных колебаний при параллельном включении с сетью будет иметь следующий вид:

$$J_m \Delta \ddot{\theta} + D_m \Delta \dot{\theta} + C_m \Delta \theta = 0 \quad (5.14)$$

или

$$\Delta \ddot{\theta} + b \Delta \dot{\theta} + c \Delta \theta = 0,$$

где  $J_m, D_m, C_m$  – момент инерции, коэффициент демпфирования и синхронная жесткость, приведенные к номинальному вращающему моменту двигателя;  $b = \frac{D_m}{J_m}$  – относительный коэффициент демпфирования;  $c = \frac{C_m}{J_m}$  – относительный коэффициент синхронной жесткости.

Прямое  $\mathcal{L}$ -преобразование дает изображение обобщенной координаты

$$\Delta \theta(s) = \Delta \theta_0 \frac{s + a}{s^2 + bs + c} = \Delta \theta_0 \frac{A(s)}{B(s)},$$

где  $a = b + \frac{1}{a_0}$ ;  $a_0 = \frac{\Delta \theta_0}{\Delta \dot{\theta}_0}$ ;

$\Delta \theta_0, \Delta \dot{\theta}_0$  – соответственно начальное значение приращения угла вылета ротора и скорость его изменения.

Обратное преобразование Лапласа в соответствии с формулой

$$\Delta\theta(t) = \mathfrak{L}^{-1} \left[ \Delta\theta_0 \frac{A(s)}{B(s)} \right] (=) \Delta\theta_0 \sum_{i=1}^2 \frac{A(s_i)}{B'(s_i)} e^{s_i t}$$

позволяет получить решение  $\theta(t)$  в зависимости от соотношения параметров системы, т. е. от вида корней характеристического уравнения

$$B(s) = s^2 + bs + c = 0,$$

обозначаемых здесь

$$\alpha = \frac{D_m}{2J_m}, \quad \beta = \sqrt{\omega_c^2 - \alpha^2}, \quad (5.15)$$

где  $\omega_c^2 \equiv \frac{C_m}{J_m}$ .

Окончательный вид решения зависит от того, будет ли значение  $\beta^2$  положительным, отрицательным или равным нулю.

При положительном значении величины  $\beta^2$ , когда корни характеристического уравнения комплексные  $\omega_c^2 > \alpha^2$ , свойства инерционности и жесткости синхронной связи преобладают над влиянием демпферной обмотки, т. е.  $CJ > \left(\frac{1}{2}D\right)^2$ . В этом случае имеют место периодические затухающие колебания угла вылета ротора

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 \rho_0 e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varepsilon_0), \quad (5.16)$$

где  $\rho_0 = \sqrt{\left(\frac{1+a_0\alpha}{a_0\beta}\right)^2 + 1}$ ,  $\varepsilon_0 = \arctg \frac{1+a_0\alpha}{a_0\beta}$ . (5.17)

При отрицательном значении величины  $\beta^2$ , когда корни характеристического уравнения вещественные  $\alpha^2 > \omega_c^2$ , преобладающее влияние оказывает демпферный эффект, т. е.  $\left(\frac{1}{2}D\right)^2 > CJ$ . В этом случае имеет место затухающее аperiodическое движение

$$\Delta\theta(t) = \Delta\theta_0 e^{-\alpha t} \left( \operatorname{ch} \beta t + \frac{1+a_0\alpha}{a_0\beta} \operatorname{sh} \beta t \right). \quad (5.18)$$

Последнюю формулу можно преобразовать к виду, аналогичному (5.16), воспользовавшись соотношениями

$$\rho_0 \cos \varepsilon_0 = 1, \quad \rho_0 \sin \varepsilon_0 = \frac{1+a_0\alpha}{a_0\beta}$$



и тогда

$$\Delta \theta(t) = \Delta \theta_0 \rho_0 e^{-\alpha t} (\cos \varepsilon_0 \operatorname{ch} \beta t + \sin \varepsilon_0 \operatorname{sh} \beta t). \quad (5.19)$$

При нулевом значении величины  $\beta^2$ , когда корни характеристического уравнения совпадают  $\alpha^2 = \omega_c^2$ , влияние инерционных свойств и жесткости синхронной связи равноценно влиянию демпферного контура генератора. В этом случае также имеет место затухающее движение ротора. Уравнение движения можно получить из уравнения (5.18), отыскивая предел  $\lim \Delta \theta(\beta)$  при  $\beta \rightarrow 0$

$$\Delta \theta(t) = \Delta \theta_0 e^{-\alpha t}. \quad (5.20)$$

Таким образом, во всех трех случаях затухание движения ротора генератора в рассматриваемой системе определяется коэффициентом затухания  $\alpha$ , а свободные колебания имеют угловую частоту  $\beta$  с периодом  $T = \frac{2\pi}{\beta}$ , или

$$T = \frac{2\pi}{\omega_c \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{\omega_c}\right)^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{\omega_c}\right)^2}}, \quad (5.21)$$

где  $T_0$  – период свободных колебаний системы без затухания.

В исследовании движения генератора представляют интерес два частных случая:

▪ если демпферный эффект у машины отсутствует, то коэффициент затухания  $\alpha = 0$  и уравнение (5.16) приобретает вид

$$\Delta \theta(t) = \Delta \theta_0 \rho_0 \cos(\omega_c t - \varepsilon_0),$$

т. е. имеют место незатухающие колебания с угловой частотой  $\omega_c$ , называемой угловой частотой системы без демпфирования;

▪ если при выключенном возбуждении синхронная связь генератора с сетью отсутствует (синхронная жесткость равна нулю), то коэффициент затухания совпадает по величине с угловой частотой ( $\alpha = \beta$ ) и уравнение (5.18) приобретает вид

$$\Delta \theta(t) = \Delta \theta_0 + \frac{\Delta \dot{\theta}_0}{2\alpha} (1 - e^{-2\alpha t}),$$

т. е. при начальной скорости угла вылета ротора, не равной нулю, никакая сила не препятствует изменению этого угла. Наоборот, если в начальный момент имеет место изменение этого угла, то с течением времени его величина приобретает значение

$$\Delta\theta(\infty) = \Delta\theta_0 + \Delta\dot{\theta}_0 \frac{J}{D},$$

иллюстрирующее движение ротора при тормозном эффекте демпферной обмотки.

**Пример 5.1.** Расчет частоты свободных колебаний дизель-генератора переменного тока ДГР 150/750 для различных крутильных схем при параллельном включении с сетью неограниченной мощности.

*Исходные данные.* Генератор ГСС 144–8:  $P_{\text{ном}} = 150 \text{ кВт}$ ,  $x_d = 1,44$ ,  $x_q = 0,74$ ,  $x'_d = 0,21$ ,  $r_a = 0,012$ ,  $\eta_r = 0,9$ ,  $\cos \varphi = 0,8$ , число пар полюсов  $p = 4$ , маховый момент ротора  $GD_r^2 = 95 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $z_H = 1 \text{ о. е.}$

Дизель 64Н 18/22, маховые моменты и моменты инерции указаны ниже

Элемент	$GD^2$ , кг·м <sup>2</sup>	$J$	
		кг·см·с <sup>2</sup>	о. е.
Кривошипно-шатунный механизм одного цилиндра	2,98	7,6	1
Кривошипно-шатунный механизм всего двигателя	17,9	45,7	6
Маховик	171	436	57,3
Муфта соединительная	5,9	15	1,98
Ротор генератора	95	242	3,2

Податливости и жесткости крутильной схемы агрегата (см. рис. 5.2) при податливости коленвала  $1,42 \cdot 10^{-6} \text{ (кг} \cdot \text{м)}^{-1}$ , принятой за единицу, следующие

Участок линии вала	$l$ , о. е.	$C$ , кг·м·10 <sup>6</sup>
Колено – колено вала	1	0,7
Коленчатый вал – маховик	0,72	0,97
Маховик – муфта	20,7	0,034
Муфта – ротор генератора	3,6	0,195

#### А. Расчет при номинальном возбуждении

##### 1. ЭДС генератора в номинальном режиме по (1.5)

$$E_{qH} = \frac{x_{dH}x_{qH} + r_{aH}^2}{z_H \sqrt{x_{qH}^2 + r_{aH}^2}} = \frac{2,04 \cdot 1,34 + 0,812^2}{1 \cdot \sqrt{1,34^2 + 0,812^2}} = 2,17.$$

2. Угол вылета ротора в номинальном режиме по (1.1)

$$\theta_0 = \arctg \frac{x_{qH} \cos \varphi - r_{aH} \sin \varphi}{z_H + r_{aH} \cos \varphi + x_{qH} \sin \varphi} = \frac{1,34 \cdot 0,8 - 0,812 \cdot 0,6}{1 + 0,812 \cdot 0,8 + 1,34 \cdot 0,6} = 22 \text{ эл. град.}$$

3. Синхронная жесткость генератора при номинальном возбуждении по (2.69)

$$C_{\Gamma} = \frac{U_c E_{qH}}{x_d} \cos \theta_0 + \frac{U_c^2 (x_d - x_q)}{x_d x_q} \cos 2\theta_0 = \frac{1 \cdot 2,17}{1,44} 0,927 + \frac{1 \cdot 0,7 \cdot 0,72}{1,44 \cdot 0,74} = 1,87.$$

4. Вращающий момент на валу дизеля при номинальной нагрузке генератора

$$M_{\Gamma, \text{НОМ}} = 975 \frac{P_{\Gamma, \text{НОМ}}}{\eta_{\Gamma} n_{\text{НОМ}}} = 975 \frac{150}{0,9 \cdot 750} = 215 \text{ кг} \cdot \text{м.}$$

5. Синхронная жесткость и податливость генератора, приведенные к валу агрегата при номинальном возбуждении

$$C_{\Gamma} = p C_{\Gamma} (\text{о. е.}) M_{\Gamma, \text{НОМ}} = 1610 \text{ кг} \cdot \text{м};$$

$$l_{\Gamma} = \frac{1}{C_{\Gamma}} = 0,62 \cdot 10^{-3} (\text{кг} \cdot \text{м})^{-1} \text{ или } l_{\Gamma} = \frac{0,62 \cdot 10^{-3}}{1,42 \cdot 10^{-6}} = 437 \text{ о. е.}$$

*Трехмассовая схема замещения*

6. Моменты инерции ( $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ) и крутильные жесткости ( $\text{кг} \cdot \text{м}$ ) по схеме замещения, приведенной на рис. 5.2,

$$J_1 = \sum_{k=1}^6 J_{\text{шк}} + J_{\text{М}} = 4,82; \quad C_1 = C_{\text{МС}} = 3,4 \cdot 10^4;$$

$$J_2 = J_{\text{МС}} = 0,15; \quad C_2 = C_{\text{СВГ}} = 19,5 \cdot 10^4;$$

$$J_3 = J_{\Gamma} = 2,42; \quad C_3 = C_{\Gamma} = 0,161 \cdot 10^4.$$

7. Коэффициенты алгебраического уравнения (5.8) по (5.11)

$$r_3 = \frac{4,97 \cdot 2,42 \cdot 3,4 \cdot 10^4 + 2,57 \cdot 4,82 \cdot 19,5 \cdot 10^4 + 4,82 \cdot 0,15 \cdot 0,161 \cdot 10^4}{4,82 \cdot 0,15 \cdot 2,42} = 160 \cdot 10^4;$$

$$q_3 = \frac{7,39 \cdot 3,4 \cdot 19,5 \cdot 10^8 + 4,97 \cdot 3,4 \cdot 0,161 \cdot 10^8 + 4,82 \cdot 19,5 \cdot 0,161 \cdot 10^8}{4,82 \cdot 0,15 \cdot 2,42} = 290 \cdot 10^8;$$

$$p_3 = \frac{3,4 \cdot 19,5 \cdot 0,161 \cdot 10^{12}}{4,82 \cdot 0,15 \cdot 2,42} = 6,1 \cdot 10^{12}.$$

8. Алгебраическое уравнение (5.8) при подстановке  $\omega^2 = \sigma$   

$$\sigma^3 - 160 \cdot 10^4 \sigma^2 + 290 \cdot 10^8 \sigma - 6,1 \cdot 10^{12} = 0.$$

Это уравнение по правилу Декарта имеет три положительных корня.

9. Приближенное значение наибольшего корня определяется из равенства  $\sigma_3 - 160 \cdot 10^4 = 0$ , откуда  $\sigma_3 = 160 \cdot 10^4$ , или с большим приближением из уравнения

$$\sigma_3^2 - 160 \cdot 10^4 \sigma_3 + 290 \cdot 10^8 = 0,$$

откуда первый корень

$$\sigma_3^1 = 80 \cdot 10^4 + \sqrt{6400 \cdot 10^8 - 290 \cdot 10^8} = 158,3 \cdot 10^4.$$

Так как корень значительно больше единицы, то для отыскания еще более точного значения используется схема Горнера, причем с целью быстрого приближения к корню применяется метод обратного деления.

Если требуется определить корни алгебраического уравнения

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0 = 0,$$

наименьший корень которого аппроксимируется величиной  $x_0$ , то используется схема Горнера:

	1	$a_{n-1}$	$a_{n-2}$	...	$a_1$	$a_0$
$x_0$		$x_0 k_n = x_0$	$x_0 k_{n-1}$	...	$x_0 k_2$	$x_0 k_1$
	$k_n = 1$	$k_{n-1}$	$k_{n-2}$	...	$k_1$	$k_0$

Вычисления по этой схеме проводятся сверху вниз и слева направо. Вычисления по методу обратного деления проводятся справа налево: полагая, что остаток  $k_0 = 0$ , записывают величину  $x_0 k_1$ , равную  $a_0$ .

Частное от деления  $x_0 k_1$  на  $x_0$  записывают в виде  $k_1$ . Вычитая из  $k_1$  величину  $a_1$ , результат  $x_0 k_2$  делят на  $x_0$  и так далее до тех пор, пока при вычитании из  $k_{n-1}$  величины  $a_{n-1}$  не будет получено  $x_0 k_n$  – новое, уточненное значение корня.

По схеме обратного деления получаем

$$\begin{array}{r} 1 - 160 \cdot 10^4 \qquad + 290 \cdot 10^8 \qquad - 6,1 \cdot 10^{12} \\ + 158,168 \cdot 10^4 \qquad - 289,9615 \cdot 10^8 \qquad + 6,1 \cdot 10^{12} \\ \hline - 1,832 \cdot 10^4 \qquad + 0,0385 \cdot 10^8 \qquad 0 \end{array}$$

Ошибка в вычислении корня  $\Delta_1 = 158,3 \cdot 10^4 - 158,168 \cdot 10^4 = +0,132 \cdot 10^4$ .

Испробуется значение корня  $\sigma_3^{\text{II}} = 159 \cdot 10^4$

$$\begin{array}{r} 1 - 160 \cdot 10^4 \quad + 290 \cdot 10^8 \quad - 6,1 \cdot 10^{12} \\ + 158,178 \cdot 10^4 \quad - 289,9617 \cdot 10^8 \quad + 6,1 \cdot 10^{12} \\ \hline - 1,822 \cdot 10^4 \quad + 0,0383 \cdot 10^8 \quad 0 \end{array}$$

Ошибка в вычислении корня  $\Delta_{II} = 159 \cdot 10^4 - 158,178 \cdot 10^4 = +0,822 \cdot 10^4$ .

10. Линейная интерполяция дает

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_3^I \Delta_{II} - \sigma_3^{II} \Delta_I}{2} = 158 \cdot 10^4.$$

Итак, значение одного корня  $\sigma_3 = 158 \cdot 10^4$ .

11. Коэффициенты алгебраического уравнения (5.13)

$$r_3 - \sigma_3 = 160 \cdot 10^4 - 158 \cdot 10^4 = 2 \cdot 10^4;$$

$$\frac{p_3}{\sigma_3} = \frac{6,1 \cdot 10^{12}}{158 \cdot 10^4} = 0,0385 \cdot 10^8$$

и его корни

$$\sigma_{2,1} = 1 \cdot 10^4 \pm \sqrt{1 \cdot 10^8 - 0,0385 \cdot 10^8} = 1 \cdot 10^4 \pm 0,981 \cdot 10^4;$$

$$\sigma_2 = 1,981 \cdot 10^4; \quad \sigma_1 = 0,019 \cdot 10^4.$$

12. Проверка корней по формулам Вьета

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 160 \cdot 10^4, \quad \text{против } r_3 = 160 \cdot 10^4;$$

$$\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 = 5,95 \cdot 10^{12}, \quad \text{против } p_3 = 6,1 \cdot 10^{12}.$$

Результаты расчета корней удовлетворительные.

13. Круговая частота колебаний трехмассовой системы ( $\text{рад} \cdot \text{с}^{-1}$ )

$$\omega_3 = \sqrt{\sigma_3} = 1256, \quad \omega_2 = \sqrt{\sigma_2} = 140,8, \quad \omega_1 = \sqrt{\sigma_1} = 13,78.$$

#### Двухмассовая система

14. Моменты инерции ( $\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ) и крутильные жесткости ( $\text{кг} \cdot \text{м}$ ) по схеме замещения, приведенной на рис. 5.2,

$$J_1 = \sum_{k=1}^6 J_{шk} + J_M = 4,82; \quad C_1 = C_{мс} = 340 \cdot 10^2;$$

$$J_2 = J_{мс} + J_r = 2,57; \quad C_2 = C_r = 16,1 \cdot 10^2.$$

15. Коэффициенты алгебраического уравнения (5.9) по (5.11)

$$q_2 = \frac{7,37 \cdot 340 \cdot 10^2 + 4,82 \cdot 16,1 \cdot 10^2}{4,82 \cdot 2,57} = 209 \cdot 10^2;$$

$$p_2 = \frac{340 \cdot 16,1 \cdot 10^4}{4,82 \cdot 2,57} = 4,42 \cdot 10^6.$$

16. Алгебраическое уравнение (5.9) с подстановкой  $\omega^2 = \sigma$   
 $\sigma^2 - 209 \cdot 10^2 \sigma + 4,42 \cdot 10^6 = 0.$

Его корни

$$\sigma_2 = 206,8 \cdot 10^2, \quad \sigma_1 = 2,2 \cdot 10^2.$$

17. Круговая частота колебаний двухмассовой системы (рад  $\cdot$  с<sup>-2</sup>)

$$\omega_2 = \sqrt{\sigma_2} = 143,8, \quad \omega_1 = \sqrt{\sigma_1} = 14,83.$$

*Одномассовая система*

18. Момент инерции (кг  $\cdot$  м  $\cdot$  с<sup>2</sup>) и крутильная жесткость (кг  $\cdot$  м)  
по схеме замещения, приведенной на рис. 5.2,

$$J_1 = \sum_{k=1}^6 J_{шк} + J_M + J_{мс} + J_\Gamma = 7,39, \quad C_1 = C_\Gamma = 16,1 \cdot 10^2.$$

19. Круговая частота колебаний одномассовой системы по (5.10)

$$\omega = \sqrt{p_1} = \sqrt{\frac{C_1}{J_1}} = \sqrt{\frac{16,1 \cdot 10^2}{7,39}} = \sqrt{2,18 \cdot 10^2} = 14,77 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}.$$

*Б. Расчет при токе возбуждения холостого хода*

20. ЭДС генератора  $E_q = 1$  и угол вылета ротора  $\theta_0 = 0.$

21. Синхронная жесткость генератора по (2.69), о. е.

$$C_\Gamma = \frac{U_c}{x_d} + \frac{(x_d - x_q) U_c^2}{x_d x_q} = \frac{1}{1,44} + \frac{0,7}{1,44 \cdot 0,74} = 1,35.$$

22. Синхронная жесткость и податливость генератора

$$C_\Gamma = p C_\Gamma (\text{о. е.}) M_{\Gamma, \text{ном}} = 1160 \text{ кг} \cdot \text{м},$$

$$l_\Gamma = \frac{1}{C_\Gamma} = 0,862 \cdot 10^{-3} (\text{кг} \cdot \text{м})^{-1} \quad \text{или} \quad l_\Gamma = 607 \text{ о.е.}$$

Дальнейший расчет по схемам замещения аналогичен расчету свободных колебаний при номинальном возбуждении (п. п. 6–19) с соответствующей заменой величин  $C_\Gamma$ . Конечные результаты расчета

сведены в табл. 5.1. Из таблицы видно, что параметры свободных колебаний низкой частоты, вычисленные по всем трем крутильным схемам замещения, близки между собой. Поэтому для данного синхронного агрегата с целью упрощения и сокращения расчетов по устойчивости можно приближенно принимать одномассовую схему замещения.

Таблица 5.1

Параметры свободных колебаний агрегата ДГР 150/750 при различных крутильных схемах замещения										
Схема замещения (см. рис. 5.2)	Возбуждение генератора	Круговая частота, рад·с <sup>-1</sup>			Частота, Гц			Период колебаний, с		
		$\omega_1$	$\omega_2$	$\omega_3$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$T_{01}$	$T_{02}$	$T_{03}$
Трехмассовая	Номинальное	13,78	140,8	1256	2,2	22,4	202	0,455	0,0446	0,00495
	При холостом ходе	15,17	108,4	1260	2,41	17,3	200	0,416	0,0578	0,005
Двухмассовая	Номинальное	14,83	143,8	–	2,36	22,9	–	0,423	0,0437	–
	При холостом ходе	12,04	143,4	–	1,92	22,8	–	0,52	0,0438	–
Одномассовая	Номинальное	14,77	–	–	2,35	–	–	0,426	–	–
	При холостом ходе	12,5	–	–	2,0	–	–	0,5	–	–

## § 5.2. Вынужденные колебания ротора синхронного генератора

В общем случае на валу энергетического двигателя вращающий момент может иметь в своем составе гармонические составляющие и может быть описан выражением

$$M_d(t) = M_d + \sum_{v=1}^k \Delta M_v \sin(v\omega_\mu t + \varphi_v), \quad (5.22)$$

где  $M_d$  – вращающий момент на валу энергетического двигателя, уравновешиваемый тормозным моментом со стороны генератора;  $\Delta M_v$  – гармонические составляющие вращающего момента на валу двигателя;  $\omega_\mu$  – основная круговая частота вращения вала;  $v$  – порядок гармонических составляющих вращающего момента;  $\varphi_v$  – сдвиг по фазе гармонических составляющих.

Это выражение для вращающего момента двигателя относительно номинального значения в функции времени является наиболее удобным для анализа движения рассматриваемой системы.

Располагая выражением возмущающих сил, действующих в крутильной схеме замещения, представленной на рис. 5.1 и 5.2, можно проанализировать влияние этих сил на колебания ротора синхронного агрегата, включенного на шины энергосистемы.

Гармонические составляющие вращающего момента, изменяющиеся с периодами

$$T_v = \frac{2\pi}{v\omega_\mu}, \quad (5.23)$$

имеют среднее значение, равное нулю, и поэтому величина среднего вращающего момента двигателя уравнивается моментом сопротивления или моментом нагрузки генератора.

В уравнение движения Лагранжа для синхронного агрегата входит величина вращающего момента двигателя в виде приращения момента, но приращение момента обусловлено действием автоматических устройств и в установившемся движении при отсутствии у них автоколебаний равно нулю. Поэтому, исследуя колебания ротора генератора около установившегося движения, следует принимать в качестве воздействующих со стороны двигателя сил сумму гармонических составляющих его вращающего момента, и тогда уравнения движения, подлежащие исследованию, будут иметь вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\Delta\theta}_q} + \frac{\partial V}{\partial \Delta\theta_q} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\Delta\theta}_q} = \sum_{v=1}^k \Delta M_v \sin(v\omega_\mu t + \varphi_v).$$

В условных обозначениях, принятых ранее в § 5.1 для уравнения свободных колебаний (5.14), это уравнение для одномассовой схемы замещения одного агрегата примет вид

$$\Delta \ddot{\theta} + b \Delta \dot{\theta} + c \Delta \theta = \sum_{v=1}^k \frac{\Delta M_v}{J} \sin(v\omega_\mu t + \varphi_v). \quad (5.24)$$

В соответствии с преобразованием Лапласа уравнение изображений будет состоять из изображения однородного уравнения и изображения функции возмущающей силы. Последнее имеет вид

$$\sum_{v=1}^k \frac{\Delta M_v}{J} \left[ \frac{v\omega_\mu \cos \varphi_v}{s^2 + (v\omega_\mu)^2} + \frac{s \sin \varphi_v}{s^2 + (v\omega_\mu)^2} \right]$$



и тогда изображение обобщенной координаты  $\Delta\theta$  будет таким

$$\Delta\theta(s) = \Delta\theta_0 \frac{s+a}{s^2+bs+c} + \sum_{v=1}^k \frac{\Delta M_v}{J} \frac{a_1 s + b_1}{[s^2 + (v\omega_\mu)^2](s^2 + bs + c)}, \quad (5.25)$$

где  $a_1 = \sin \varphi_v$ ,  $b_1 = v\omega_\mu \cos \varphi_v$ .

Как показано в § 5.1, при обычном соотношении параметров синхронных генераторов превалирующее влияние на движение системы оказывает синхронная жесткость и поэтому имеет место  $\omega_c^2 > \alpha^2$ . При этом значении корней решение первого члена соответствует равенству (5.16).

Обратное  $\mathcal{L}$ -преобразование второго члена (5.25) позволяет представить его в виде

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{A(s)}{[s^2 + (v\omega_\mu)^2]B(s)} \right] (=) \rho_c e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \psi_c) + \rho_v \sin(v\omega_\mu t + \psi_v),$$

где

$$\begin{aligned} \rho_c &= \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{(b_1 - \alpha a_1)^2 + a_1^2 \beta^2}{[2\alpha^2 + (v\omega_\mu)^2 - \omega_c^2]^2 + 4\alpha^2 \beta^2}}; \\ \rho_v &= \frac{1}{\sqrt{[(v\omega_\mu)^2 - \omega_c^2]^2 + 4\alpha^2 (v\omega_\mu)^2}}; \\ \psi_c &= \arctg \frac{a_1 \beta}{b_1 - \alpha a_1} + \arctg \frac{2\alpha \beta}{2\alpha^2 + (v\omega_\mu)^2 - \omega_c^2}; \\ \psi_v &= \varphi_v + \arctg \frac{2\alpha v\omega_\mu}{(v\omega_\mu)^2 - \omega_c^2}. \end{aligned} \quad (5.26)$$

Поэтому общее решение уравнения (5.24) после операций обратного  $\mathcal{L}$ -преобразования зависимости (5.25) и формирования ее членов представится следующей формулой:

$$\begin{aligned} \Delta\theta(t) &= \Delta\theta_0 \rho_0 e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varepsilon_0) + \\ &+ \sum_{v=1}^k \frac{\Delta M_v}{J} \left[ \rho_c e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \psi_c) + \rho_v \sin(v\omega_\mu t + \psi_v) \right] \end{aligned} \quad (5.27)$$

где величины  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\rho_0$ ,  $\varepsilon_0$  соответствуют (5.15) и (5.17).

Для анализа уравнение (5.27) удобнее представить в другом виде

$$\Delta\theta(t) = \left[ \Delta\theta_0 \rho_0 \cos(\beta t - \varepsilon_0) + \sum_{v=1}^k \frac{\Delta M_v}{J} \rho_c \cos(\beta t - \psi_c) \right] e^{-\alpha t} + \sum_{v=1}^k \frac{\Delta M_v}{J} \rho_b \sin(v\omega_\mu t + \psi_b). \quad (5.28)$$

Отсюда видно, что обобщенная координата  $\Delta\theta(t)$  состоит из двух составляющих: одна затухает с постоянной времени  $\alpha^{-1}$ , другая отражает установившиеся колебания с периодом  $\frac{2\pi}{v\omega_\mu}$ . Первая составляющая

характеризует переходный процесс – изменения координаты  $\Delta\theta$  под влиянием приложенного гармонического воздействия, вторая – установившиеся колебания координаты  $\Delta\theta$  под влиянием этого воздействия.

Переходный процесс через промежуток времени, примерно равный  $3\alpha^{-1}$ с, практически прекратится, и изменение приращения угла вылета ротора будет происходить около установившегося движения с колебаниями, равными

$$\Delta\theta(t) = \sum_{v=1}^k \frac{\Delta M_v}{J} \rho_b \sin(v\omega_\mu t + \psi_b). \quad (5.29)$$

Амплитуды колебаний

$$\Delta\theta_v = \frac{\Delta M_v}{J} \sqrt{\frac{1}{(\omega_c^2 - v^2\omega_\mu^2)^2 + v^2\omega_\mu^2 b^2}} \quad (5.30)$$

будут определяться соотношением параметров системы и воздействующей силы. Очевидно, что при уменьшении знаменателя дроби величины амплитуд будут возрастать. Предельные значения должны наступать при равенстве

$$(\omega_c^2 - v^2\omega_\mu^2)^2 + v^2\omega_\mu^2 b^2 = 0.$$

Это выражение – норма комплексного числа и поэтому

$$v\omega_\mu b + j(\omega_c^2 - v^2\omega_\mu^2) = 0.$$

Комплексное число может быть равно нулю, если его вещественная и мнимая части равны нулю. Поэтому максимальное значение амплитуды колебания будет иметь место при  $\omega_c = v\omega_\mu$ , т. е. когда частота свободных колебаний агрегата равна частоте одной из гармоник

вращающего момента двигателя. Фазовый угол сдвига при этом условии оказывается равным  $\psi_B = \psi_V - \frac{\pi}{2}$ .

Если численное значение амплитуды (5.30) выразить при помощи коэффициента усиления  $\mu$ , то

$$\Delta\theta_V = \mu \frac{\Delta M_V}{J\omega_c^2}. \quad (5.31)$$

Коэффициент усиления, определяемый по выражению (5.30), равен

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2 \omega_\mu^2}{\omega_c^2}\right)^2 + \left(\frac{b}{\omega_c}\right)^2 \frac{v^2 \omega_\mu^2}{\omega_c^2}}}. \quad (5.32)$$

Полученная форма коэффициента усиления позволяет использовать для анализа рассматриваемых колебаний синхронного агрегата обычные универсальные амплитудно-частотные кривые, представленные на рис. 5.3. По этим кривым при известных основных параметрах агрегата  $J, D, C$  можно определить коэффициент усиления  $\mu$  и по формуле (5.31) – угол вылета ротора для возмущающей силы с известной амплитудой и частотой. Максимальное значение коэффициента усиления наступает при равенстве частот  $\omega_c = v\omega_\mu$ , а при отсутствии демпферного эффекта значение коэффициента безгранично возрастает.

Максимальное значение амплитуды колебаний при известных параметрах агрегата определяется подстановкой (5.32) для условий резонанса в (5.31)

$$\Delta\theta_{\max} = \frac{\Delta M_V}{D} \sqrt{\frac{J}{C}}. \quad (5.33)$$

Отсюда видно, что наличие демпферной обмотки вызывает уменьшение амплитуды колебаний агрегата обратно пропорционально величине коэффициента рассеяния  $D$ , влияние синхронной жесткости и момента инерции агрегата на амплитуду колебаний меньше, чем влияние демпферной обмотки. Установившееся движение при указанных условиях резонанса описывается формулой

$$\Delta\theta(t) = \sum_{v=1}^k \frac{\Delta M_V}{\omega_c D} \cos(v\omega_\mu t - \psi_V). \quad (5.34)$$

Из этой формулы следует, что при малом демпфирующем эффекте у генератора, включенного на шины энергосистемы, размах колебаний ротора возрастает.

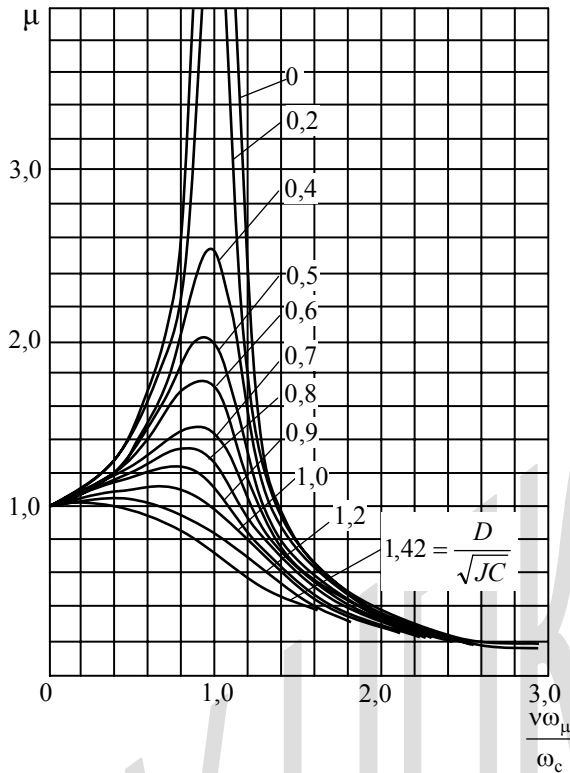


Рис. 5.3. Амплитудно-частотные кривые, построенные для различных значений величины  $\frac{2\alpha}{\omega_c} = \frac{D}{\sqrt{JC}}$

### § 5.3. Влияние автоматических регуляторов возбуждения и скорости вращения на колебания ротора синхронного генератора

Движение синхронного агрегата независимо от типа энергетического двигателя под влиянием возмущающих сил определяется уравнением в вариациях (2.73)

$$J\Delta\ddot{\theta} + D\Delta\dot{\theta} + C\Delta\theta = \Delta M_{дс} - \Delta M_{г.}$$

Как было установлено, приращение момента сопротивления генератора при известных параметрах зависит от стационарного значения

ЭДС за синхронным сопротивлением, иначе говоря, зависит от величины возбуждения машины

$$\Delta M_r = C_v \Delta E_q, \quad (5.35)$$

где  $C_v = \frac{U_c}{x_d} \sin \theta_0$  – коэффициент, характеризующий влияние возбуждения.

Возбуждение генератора изменяется под влиянием системы автоматического регулирования. Степень изменения, как показывают натурные испытания, будет зависеть от типа системы возбуждения. Системы, реагирующие на отклонение напряжения от номинальной величины, в слабой степени изменяют возбуждение машины, а системы самовозбуждения, обеспечивающие регулирование пропорционально току статора, в большей степени воздействуют на возбуждение генератора. Использование производных от величин контролируемых параметров режима – «сильное регулирование» наиболее «сильно» воздействует на возбуждение генератора.

В практических исследованиях колебаний синхронных агрегатов, автоматическое регулирование возбуждения которых осуществляется регуляторами указанного типа, чувствительными только к изменению напряжения машин, можно принимать величину возбуждения постоянной; для генераторов с саморегулированием степень изменения возбуждения может быть определена при помощи угловой характеристики и векторной диаграммы машины.

В рассматриваемом здесь случае постоянства напряжения на зажимах генератора мощность последнего при колебаниях его ротора около положения равновесия может быть определена по угловой характеристике

$$P = C \theta,$$

но  $P = UI \cos \varphi$ , и следовательно,

$$UI \cos \varphi = C \theta.$$

Варьируя это равенство, получаем

$$I_0 \cos \varphi_0 \delta U + U_0 I_0 \sin \varphi_0 \delta \varphi + U_0 \cos \varphi_0 \delta I = C \delta \theta.$$

Имея в виду, что напряжение здесь – величина постоянная, и принимая нагрузку с постоянным значением коэффициента мощности, находим

$$\Delta I = \frac{C}{U_0 \cos \varphi_0} \Delta \theta = k_c \Delta \theta. \quad (5.36)$$

Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 5.4, можно получить следующее соотношение:

$$E_{qe}^2 = k_u^2 U^2 + 2k_i k_u U I \sin \varphi + k_i^2 I^2.$$

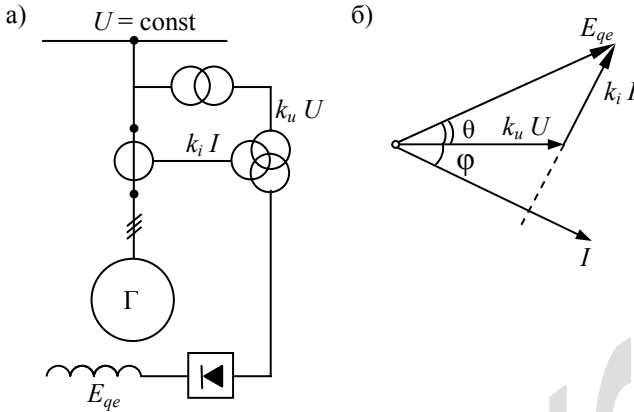


Рис. 5.4. Принципиальная схема возбуждения (а) и векторная диаграмма (б) генератора с саморегулированием, включенного на сеть бесконечной мощности

Варьируя это соотношение, находим

$$2E_{qe0} \delta E_{qe} = 2k_u^2 U_0 \delta U + 2k_i k_u (U_0 I_0 \cos \varphi_0 \delta \varphi + I_0 \sin \varphi_0 \delta U + U_0 \sin \varphi_0 \delta I) + 2k_i^2 I_0 \delta I$$

и в соответствии с принятыми условиями получим зависимость для приращения ЭДС

$$\Delta E_{qe} = \frac{k_i (k_u U_0 \sin \varphi_0 + k_i I_0)}{E_{qe0}} \Delta I = k_e \Delta I. \quad (5.37)$$

Приращение ЭДС соответствует приращению возбуждения  $\Delta U_B$ , а в относительных единицах равно ему. В этой же системе единиц следует принять  $k_i = 1, k_u = 1$  и, кроме того,  $U_0 = U_{ном} = 1$  (если рассматривается режим при номинальном напряжении). С учетом этих замечаний последнее выражение после подстановки (5.36) примет вид зависимости величины возбуждения генератора с саморегулированием от угла отклонения ротора

$$\Delta E_{qe} \equiv \Delta U_B = \frac{(\sin \varphi_0 + I_0) C}{E_{qe0} \cos \varphi_0} \Delta \theta = k_c k_e \Delta \theta = k_\theta \Delta \theta. \quad (5.38)$$

В этой формуле величины с индексом 0 принимаются для установившегося положения, около которого происходят колебания ротора генератора.

Изменение ЭДС за переходным и синхронным сопротивлениями в зависимости от напряжения возбуждения определяется уравнением\*

$$T_{d0} \frac{dE'_q}{dt} + E_q = U_B.$$

Величины ЭДС в этом уравнении определяются равенствами (1.1), (1.20)

$$E_q = U \cos \theta + x_d I_d + r_a I_q;$$

$$E'_q = U \cos \theta + x'_d I_d + r_a I_q,$$

из которых, пренебрегая активным сопротивлением обмотки статора и учитывая зависимость  $I_d = I \sin \psi$ , можно найти

$$E'_q = E_q - (x_d - x'_d) I \sin \psi.$$

Подставляя это выражение в указанное выше уравнение, имеем

$$T_{d0} \frac{dE_q}{dt} - T_{d0} (x_d - x'_d) \frac{d}{dt} I \sin \psi + E_q = U_B.$$

Варируя члены этого уравнения, можно получить

$$T_{d0} \frac{d}{dt} \delta E_q - T_{d0} (x_d - x'_d) \frac{d}{dt} (I_0 \delta \sin \psi + \sin \psi_0 \delta I) + \delta E_q = \delta U_B.$$

Будем полагать, что при колебаниях угла вылета ротора фазовый угол нагрузки остается постоянным, и заменим символ вариации на символ малого приращения. Тогда последнее уравнение примет вид

$$T_{d0} \Delta \dot{E}_q - T_{d0} (x_d - x'_d) (I_0 \cos \psi_0 \Delta \dot{\theta} + \sin \psi_0 \Delta \dot{I}) + \Delta E_q = \Delta U_B.$$

Подставляя сюда значения приращения возбуждения (5.38) и вычисляемого из (5.36) приращения производной тока, окончательно получим уравнение изменения ЭДС синхронной машины с саморегулированием при колебаниях угла вылета ротора в вариациях

$$T_{d0} \Delta \dot{E}_q + \Delta E_q = k_\Delta \Delta \dot{\theta} + k_\theta \Delta \theta, \quad (5.39)$$

$$\text{где} \quad k_\Delta = T_{d0} (x_d - x'_d) (I_0 \cos \psi_0 + k_c \sin \psi_0). \quad (5.40)$$

Подобным образом на основании выражений (1.1) и (1.20) и выражений, подобных (5.38), определяющих действие автоматических регуляторов возбуждения в зависимости от угла вылета ротора, могут быть выведены искомые дифференциальные уравнения для других типов систем возбуждения машины.

\* Соответствует уравнению (2.35).

Влияние автоматического регулятора скорости двигателя можно установить, учитывая, что величина вращающего момента двигателя пропорциональна отклонению регулирующего органа, связанного с измерителем регулятора при прямом регулировании или с поршнем сервомотора при непрямом регулировании (см. гл. 3), т. е.

$$\Delta m_d = \frac{M_d - M_{d0}}{M_{d,ном}} = \frac{x - x_0}{x_{ном}} = \Delta \xi_c. \quad (5.41)$$

Относительное отклонение регулирующего органа с жестко присоединенным катарактом и сервомотором, имеющим золотник малой массы, определяется дифференциальным уравнением, которое можно получить из (3.41), а именно:

$$T_r^2 T_c \ddot{\xi}_c + (T_r^2 + T_k T_c) \ddot{\xi}_c + (T_c \delta_r + T_k) \dot{\xi}_c + \delta_r \xi_c + \varphi = 0, \quad (5.42)$$

где  $T_r^2$ ,  $T_k$ ,  $T_c$  – постоянные времени, характеризующие соответственно массу измерителя, влияние катаракта и поршня сервомотора.

Для двухимпульсного автоматического регулятора скорости, обладающего теми же связями, относительное отклонение регулирующего органа определяется подобным дифференциальным уравнением, но с дополнительным членом, учитывающим влияние измерителя нагрузки (см. 3.34)

$$T_r^2 T_c \ddot{\xi}_c + (T_r^2 + T_k T_c) \ddot{\xi}_c + (T_c \delta_r + T_k) \dot{\xi}_c + \delta_r \xi_c + \varphi - k_\lambda \delta_r \lambda = 0. \quad (5.43)$$

Заметим, что при исследовании процессов в электрической и механической частях генераторного агрегата применяется система относительных единиц, в которой за базисную мощность принимается полная мощность на зажимах генератора  $S = \frac{3}{2} UI$  (где  $U$  и  $I$  – амплитудные значения напряжения и тока генератора) и эффективная мощность на валу двигателя  $N_d$ . Связь между указанными системами определяется при помощи следующего соотношения:

$$\lambda_d (\text{о. е.}) = \frac{N_d}{N_{d,ном}} = \frac{P_r}{P_{r,ном}} = \frac{1}{\cos \varphi_{r,ном}} \frac{P_r}{S_{ном}} = \frac{1}{\cos \varphi_{r,ном}} P_r (\text{о. е.}).$$

Величина относительного отклонения нагрузки на валу агрегата, которую измеряет в электрической цепи статора ваттметровый измеритель, передаваемая на кинематическую систему регулятора, пропорциональна активной мощности, но последняя зависит от угла вылета ротора, т. е.

$$\lambda = m_d = \frac{1}{\cos \varphi_r} m_r \approx \frac{1}{\cos \varphi_r} P_r = \frac{1}{\cos \varphi_r} C \theta = C_m \theta. \quad (5.44)$$



Генераторный агрегат, включенный в энергосистему, будет всегда иметь в нормальном режиме синхронную скорость вращения, равную  $\omega_0$ . В этом случае угол вылета  $\theta_0$  ротора, у которого число пар полюсов равно  $p$ , имеет постоянное значение относительно вектора поля статора, вращающегося с синхронной скоростью  $\omega_c$ ,

$$\theta_0 = p(\omega_0 t - \omega_c t),$$

а скорость его изменения равна нулю

$$\dot{\theta}_0 = p(\omega_0 - \omega_c) = 0.$$

Заметим, что между угловой синхронной скоростью вращения магнитного поля машины и угловой скоростью ротора существует зависимость, определяемая числом пар полюсов,

$$\omega = 2\pi f = p \frac{2\pi n}{60} = p\omega_{\text{мех}},$$

и соответственно существует зависимость между значениями угла вылета ротора в электрических и геометрических градусах

$$\theta = p\theta_{\text{мех}}.$$

Скорость вращения ротора при отклонении  $\pm \Delta\omega$  от установившегося значения  $\omega_0$  равна

$$\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega.$$

Угол отклонения увеличивается пропорционально разности скоростей

$$\theta = p(\omega t - \omega_c t) = p(\omega_0 t - \omega_c t \pm \Delta\omega t) = p(\theta_0 \pm \Delta\omega t),$$

а скорость изменения угла вылета ротора будет равна

$$\dot{\theta} = \pm p\Delta\omega. \quad (5.45)$$

Энергетический двигатель в установившемся режиме имеет ту же скорость вращения  $\omega_0 = \omega_c$ , что и генератор. Если считать, что двигатель генератора работает с нагрузкой  $\lambda_0$ , его автоматический регулятор имеет статизм  $\delta_r$  и настройка скорости равна  $\varphi_y$ , как показано на рис. 5.5, то относительное отклонение скорости вращения двигателя в случае пренебрежения степенью нечувствительности измерителя регулятора соответствует выражению

$$\varphi_0 = -(\pm\varphi_y + \delta_r\lambda_0).$$

Но величина нагрузки  $\lambda_0$ , уравниваемая вращающим моментом двигателя, в данном случае (при параллельной работе) зависит от положения регулирующего органа, определяемого координатой  $\xi_{c0}$ , и поэтому

$$\varphi_0 = -(\pm\varphi_y + \delta_r\xi_{c0}). \quad (5.46)$$

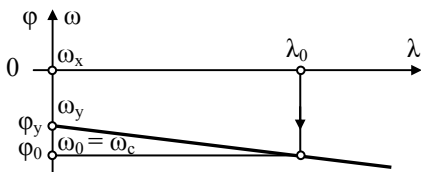


Рис. 5.5. Отклонение скорости вращения вала двигателя генератора от установившейся синхронной скорости при параллельной работе агрегата автономной электростанции

Скорость вращения вала двигателя при отклонении от установившейся скорости  $\omega_0$  на величину  $\pm \Delta\omega$  оказывается равной  $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ . При этом отклонение скорости от паспортной скорости ненагруженного двигателя  $\omega_x$  равно

$$\varphi = \frac{\omega_x - \omega}{\omega_{\text{ном}}} = \frac{\omega_x - (\omega_0 \pm \Delta\omega)}{\omega_{\text{ном}}} = \varphi_0 \mp \frac{\Delta\omega}{\omega_{\text{ном}}}.$$

Окончательное выражение относительного изменения скорости вращения двигателя после подстановки (5.45) и (5.46) примет вид

$$\varphi = -(\pm\varphi_y + \delta_r \xi_{c0}) \mp \frac{\dot{\theta}}{p\omega_{\text{ном}}}. \quad (5.47)$$

Варируя это равенство, находим

$$\delta\varphi = -\delta(\pm\varphi_y + \delta_r \xi_{c0}) \mp \delta \frac{\dot{\theta}}{p\omega_{\text{ном}}}.$$

Учитывая, что  $\delta\xi_{c0} = 0$ , ибо при случайном кратковременном отклонении скорости координата регулирующего органа не изменяется, получаем искомое равенство

$$\Delta\varphi = \pm \Delta\varphi_y \pm \frac{\Delta\dot{\theta}}{p\omega_{\text{ном}}}. \quad (5.48)$$

Здесь величина  $\varphi_y$ , вариация которой должна быть равна нулю, рассматривается в качестве переменной координаты. Этот прием позволяет при необходимости исследовать переходной процесс генераторного агрегата в случае внезапного изменения в настройке регулятора скорости. Если такой необходимости нет, то приращение  $\Delta\varphi_y$  приравняется к нулю.

Полученное выражение (5.48) для относительного отклонения скорости вращения энергетического двигателя при случайном отклонении скорости его вала справедливо и для случая установки на двигателе двухимпульсного автоматического регулятора скорости. Действительно, при двухимпульсном регуляторе внешний статизм характеристики

в выражении (5.47) равен нулю и поэтому варьирование (5.47) дает выражение, совпадающее с (5.48).

Возвращаясь к уравнению движения двухимпульсного автоматического регулятора скорости (5.43), можно учесть полученные зависимости. Уравнение движения подобного регулятора в вариациях для случая включения нагрузки с учетом равенств (5.44) и (5.48) примет вид

$$T_r^2 T_c \Delta \ddot{\xi}_c + (T_r^2 + T_c T_k) \Delta \ddot{\xi}_c + (T_c \delta_r + T_k) \Delta \dot{\xi}_c + \delta_r \Delta \xi_c - k_\lambda \delta_r C_m \Delta \theta - \frac{\Delta \dot{\theta}}{p \omega_{\text{ном}}} - \Delta \varphi_y = 0. \quad (5.49)$$

В случае нормальной работы генератора на шины энергосистемы отклонение скорости его вращения от начальной (синхронной) может быть только временным – при колебаниях угла вылета ротора (хотя величина этого угла в установившемся режиме может иметь значение от 0 до  $\theta_{\text{ном}}$ ); в режиме без колебаний отклонение скорости равно нулю.

У генераторного агрегата, не включенного на шины энергосистемы, а работающего совместно с другими синхронными агрегатами на общую сеть, скорость будет изменяться под влиянием изменения его нагрузки и нагрузки других агрегатов. При параллельной работе двух, трех и более агрегатов их синхронная скорость вращения не является постоянной величиной и зависит, как показано в § 6.2, от нагрузки и вида характеристик автоматических регуляторов агрегатов.

Таким образом, общее движение синхронного агрегата, имеющего автоматические регуляторы напряжения и скорости вращения, будет описываться системой уравнений (2.73), (5.35), (5.39), (5.41) и (5.49), в которой неравномерная работа двигателя, вызванная той или иной причиной, может быть отражена известной синусоидальной, импульсной и тому подобной функцией  $\Delta m(t)$ . Эта возмущающая сила выражается независимой функцией, ибо связана или с внешним толчком нагрузки, или с нарушением внутреннего процесса в двигателе, или с нарушением нормальной регулировки аппаратуры. Изменение координаты регулирующего органа не может устранить подобную разрегулировку [41].

Итак, движение агрегата в рассматриваемом случае будет описываться следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} J_m \Delta \ddot{\theta} + D_m \Delta \dot{\theta} + C_m \Delta \theta &= \Delta \xi_c - C_{\text{вм}} \Delta E_q + \Delta m(t); \\ T_{d0} \Delta \dot{E}_q + \Delta E_q &= k_\Delta \Delta \dot{\theta} + k_\theta \Delta \theta; \\ T_r^2 T_c \Delta \ddot{\xi}_c + (T_r^2 + T_c T_k) \Delta \ddot{\xi}_c + (T_c \delta_r + T_k) \Delta \dot{\xi}_c + \\ + \delta_r \Delta \xi_c - k_\lambda \delta_r C_m \Delta \theta - \frac{\Delta \dot{\theta}}{p \omega_{\text{ном}}} - \Delta \varphi_y &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5.50)$$

где коэффициенты с индексом  $t$  приведены к номинальной величине вращающего момента двигателя.

При решении этой системы уравнений относительно обобщенной координаты  $\Delta\theta$  следует учитывать, что начальные значения координат  $\Delta\theta$ ,  $\Delta E_q$ ,  $\Delta\xi_c$  и их производных первого и высших порядков равны нулю. Прямое  $\mathcal{L}$ -преобразование уравнений (5.50) дает

$$\begin{aligned} (J_m s^2 + D_m s + C_m) \Delta\theta(s) &= \Delta\xi_c(s) - C_{\text{вм}} \Delta E_q(s) + \Delta m(s); \\ (T_{d0} s + 1) \Delta E_q(s) &= (k_{\Delta} s + k_{\theta}) \Delta\theta(s); \\ \left[ T_r^2 T_c s^3 + (T_r^2 + T_c T_k) s^2 + (T_c \delta_r + T_k) s + \delta_r \right] \Delta\xi_c(s) - \\ &- \left( \frac{1}{p\omega_{\text{ном}}} s + k_{\lambda} \delta_r C_m \right) \Delta\theta(s) - \frac{\Delta\varphi_y}{s} = 0. \end{aligned}$$

После преобразований можно получить изображение координаты угла вылета ротора в виде

$$\Delta\theta(s) = \frac{A(s)}{B(s)} \left[ \frac{\Delta\varphi_y}{s} + C(s) \Delta m(s) \right], \quad (5.51)$$

где многочлены означают:

$$\begin{aligned} A(s) &= T_{d0} s + 1; \\ B(s) &= A(s) [C(s) M(s) - R(s)] + C_{\text{вм}} C(s) N(s); \\ C(s) &= T_r^2 T_c s^3 + (T_r^2 + T_c T_k) s^2 + (T_c \delta_r + T_k) s + \delta_r; \\ M(s) &= J_m s^2 + D_m s + C_m; \\ N(s) &= k_{\Delta} s + k_{\theta}; \\ R(s) &= \frac{1}{p\omega_{\text{ном}}} s + k_{\lambda} \delta_r C_m. \end{aligned}$$

Определяя корни алгебраического уравнения шестой степени  $B(s) = 0$ , можно при помощи обратного  $\mathcal{L}$ -преобразования найти решение исходной системы дифференциальных уравнений (5.50), которое отражает колебания угла вылета ротора синхронного агрегата с саморегулированием возбуждения и двухимпульсным автоматическим регулятором скорости.

При практическом исследовании переходного процесса постоянной времени измерителя скорости иногда можно пренебречь и тогда для случая регулятора скорости прямого действия, имеющего катак-т, уравнение (5.51) упрощается, ибо порядок многочлена  $B(s)$  уменьшается до четвертой степени; аналогичное упрощение имеет

место в случае непрямого регулирования скорости при малой величине постоянной времени катаракта.

В общем случае обратное  $\mathcal{L}$ -преобразование уравнения (5.51) позволяет получить следующую формулу:

$$\Delta\theta(t) = \Delta\varphi_y \left[ \frac{A(0)}{B(0)} + \sum_{k=2}^n \frac{A(s_k)}{s_k \dot{B}(s_k)} e^{s_k t} \right] + \sum_{k=1}^n \frac{A(s_k) C(s_k) \mathcal{L}^{-1}[\Delta m(s_k)]}{\dot{B}(s_k)} e^{s_k t}, \quad (5.52)$$

где  $s_k$  – корни алгебраического уравнения  $B(s) = 0$ , а  $n$  – число этих корней.

Ниже, в примере расчета показано практическое использование этой формулы для решения конкретной задачи.

Рассматривая гипотетический случай, когда у синхронного агрегата имеется безынерционный регулятор возбуждения и безынерционный одноимпульсный регулятор частоты, можно в (5.51) установить, что изображение координаты  $\Delta\theta$  для частного условия  $\Delta\varphi_y = 0$  имеет вид

$$\Delta\theta(s) = \frac{\mathcal{L}[\Delta m(t)]}{B(s)},$$

где  $B(s) = J_m s^2 + \left( D_m - \frac{1}{\delta_r p \omega_{\text{НОМ}}} \right) s + C_m$ .

Интересно отметить, что если рассматривать астатический регулятор скорости, то корни алгебраического уравнения  $B(s) = 0$  будут иметь значения  $s_1 = \infty$ ,  $s_2 = 0$ , и поэтому отклонение координаты угла вылета ротора под воздействием возмущающей силы будет равно нулю, т. е. действие регулятора мгновенно компенсирует отклонение от установившегося режима двигателя.

В случае, когда рассматриваемый синхронный агрегат не имеет автоматических регуляторов возбуждения и частоты, в последней формуле следует считать  $\delta_r = \infty$ . Это формально означает, что у нерегулируемого двигателя без самовыравнивания при малейшем изменении нагрузки происходит резкое изменение скорости вращения.

При указанном условии последняя формула примет вид

$$M(s) \Delta\theta(s) = \mathcal{L}[\Delta m(t)],$$

и, возвращаясь к исходной системе, имеем

$$J_m \Delta\ddot{\theta} + D_m \Delta\dot{\theta} + C_m \Delta\theta = \Delta m(t).$$

Это уравнение совпадает с уравнением, описывающим движение синхронного агрегата без автоматических регуляторов возбуждения и скорости при параллельной работе с сетью.

В практике исследований и расчетов целесообразно систему дифференциальных уравнений (5.50) привести к одному уравнению. После преобразований уравнения изображений (5.51)

$$B(s)\Delta\theta(s) = \frac{A(s)}{s}\Delta\varphi_y + A(s)C(s)\Delta m(s)$$

и возвращения к исходным координатам искомое уравнение записывается так

$$\begin{aligned} & a_6\Delta\theta^{(VI)} + a_5\Delta\theta^{(V)} + a_4\Delta\theta^{(IV)} + a_3\Delta\ddot{\theta} + a_2\Delta\dot{\theta} + \\ & + a_1\Delta\dot{\theta} + a_0\Delta\theta = \Delta\varphi_y 1(t) + \Delta\varphi_y T_{d0} \dot{1}(t) + b_4\Delta m^{(IV)}(t) + \\ & + b_3\Delta \ddot{m}(t) + b_2\Delta \dot{m}(t) + b_1\Delta \dot{m}(t) + \delta_r \Delta m(t), \end{aligned} \quad (5.53)$$

где  $1(t)$  – единичная функция;  $\dot{1}(t)$  – импульсная функция второго порядка;

$$\begin{aligned} a_6 &= rJ_m T_{d0}; \\ a_5 &= rJ_m + (qJ_m + rD_m)T_{d0}; \\ a_4 &= (pJ_m + qJ_m + rC_m)T_{d0} + (qJ_m + rD_m) + C_{вм}rk_{\Delta}; \\ a_3 &= (\delta_r J_m + pD_m + qC_m)T_{d0} + (pJ_m + qD_m + rC_m) + \\ & + C_{вм}(qk_{\Delta} + rk_0); \\ a_2 &= \left( \delta_r D_m + pC_m - \frac{1}{p\omega_{НОМ}} \right) T_{d0} + (\delta_r J_m + pD_m + qC_m) + \\ & + C_{вм}(pk_{\Delta} + qk_0); \\ a_1 &= (1 - k_{\lambda})\delta_r C_m T_{d0} + \left( \delta_r D_m + pC_m - \frac{1}{p\omega_{НОМ}} \right) + C_{вм}(\delta_r k_{\Delta} + pk_0); \\ a_0 &= [(1 - k_{\lambda})C_m + C_{вм}k_0]\delta_r; \\ b_4 &= rT_{d0}; \quad b_3 = r + qT_{d0}; \quad b_2 = q + pT_{d0}; \quad b_1 = p + \delta_r T_{d0}; \\ r &= T_r^2 T_c; \quad q = T_r^2 = T_c T_k; \quad p = T_c \delta_r + T_k. \end{aligned} \quad (5.54)$$

В случае пренебрежения постоянной времени одноимпульсного регулятора скорости прямого действия порядок дифференциального уравнения (5.53) уменьшается. Для указанного регулятора в коэффициентах уравнения (5.54) следует положить  $r = 0$ ,  $q = 0$  и  $k_{\lambda} = 0$ . Если считать в этом случае, что настройка регулятора не изменяется, т. е.  $\Delta\varphi_y = 0$ , то в итоге уравнение движения агрегата примет вид

$$a_{40} \Delta \theta^{(IV)} + a_{30} \Delta \ddot{\theta} + a_{20} \Delta \dot{\theta} + a_{10} \Delta \theta + a_{00} \Delta \theta = \\ = b_{20} \Delta \ddot{m}(t) + b_{10} \Delta \dot{m}(t) + \delta_r \Delta m(t), \quad (5.53, a)$$

где

$$a_{40} = T_{\kappa} T_{d0} J_m; \quad a_{30} = (\delta_r J_m + T_{\kappa} D_m) T_{d0} + T_{\kappa} J_m; \\ a_{20} = \left( \delta_r D_m + T_{\kappa} C_m - \frac{1}{p \omega_{\text{НОМ}}} \right) T_{d0} + \delta_r J_m + (D_m + C_{\text{вм}} k_{\Delta}) T_{\kappa}; \\ a_{10} = \delta_r C_m T_{d0} + \left( \delta_r D_m + T_{\kappa} C_m - \frac{1}{p \omega_{\text{НОМ}}} \right) + C_{\text{вм}} (\delta_r k_{\Delta} + T_{\kappa} k_{\theta}); \quad (5.54, a) \\ a_{00} = (C_m + C_{\text{вм}} k_{\theta}) \delta_r; \\ b_{20} = T_{\kappa} T_{d0}; \quad b_{10} = T_{\kappa} + \delta_r T_{d0}.$$

Исследование колебаний ротора агрегата без нагрузки соответствует анализу колебаний при постоянном возбуждении, ибо влияние изменения последнего в случае  $\theta_0 = 0$ , как следует из формулы (2.71), не проявляется. В этом случае для агрегата с одноимпульсным регулятором уравнение (5.53, а) при значениях параметров  $T_{d0} = 0$ ,  $C_{\text{вм}} = 0$  будет иметь вид

$$a_{30} \Delta \ddot{\theta} + a_{20} \Delta \dot{\theta} + a_{10} \Delta \theta + a_{00} \Delta \theta = b_{10} \Delta \dot{m}(t) + \delta_r \Delta m(t), \quad (5.53, б)$$

где коэффициенты (5.54, а) вычисляются для принятых условий.

Это дифференциальное уравнение третьего порядка может быть решено в общем виде для периодического возмущения

$$\Delta m(t) = \Delta m_m (1 - \cos \omega t).$$

Применение прямого преобразования Лапласа к уравнению (5.53, б) дает

$$B(s) \Delta \theta(s) = m \mathcal{L} [b_{10} \Delta \dot{m}(t) + \delta_r \Delta m(t)], \quad (5.55)$$

где

$$B(s) = s^3 + as^2 + bs + c;$$

$$a = \frac{a_{20}}{a_{30}}; \quad b = \frac{a_{10}}{a_{30}}; \quad c = \frac{a_{00}}{a_{30}}; \quad m = \frac{\Delta m_m}{a_{30}}.$$

Возмущающая функция  $m [\delta_r (1 - \cos \omega t) + b_{10} \omega \sin \omega t]$  после  $\mathcal{L}$ -преобразования имеет изображение

$$m(s) = m \left( \frac{\delta_r}{s} - \frac{\delta_r s - b_{10} \omega^2}{s^2 + \omega^2} \right).$$

Следовательно, изображение координаты движения ротора агрегата примет вид

$$\Delta \theta(s) = m \left[ \frac{\delta_r}{s B(s)} - \frac{\delta_r s - b_{10} \omega^2}{(s^2 + \omega^2) B(s)} \right].$$

Если корни  $B(s)$  равны

$$s_1 = -\gamma, \quad s_{2,3} = -\alpha \pm j\beta,$$

то обратное  $\mathcal{L}$ -преобразование в соответствии с теоремами для случаев расположения одного полюса в начале координат и пары сопряженных полюсов на мнимой оси позволяет получить

$$\Delta\theta(t) = m \left\{ \delta_r \left[ \frac{1}{B(0)} + \sum_{k=2}^3 \frac{e^{s_k t}}{s_k \dot{B}(s_k)} \right] - \operatorname{Im} \left[ \frac{A(j\omega) e^{-j\omega t}}{\omega B(j\omega)} \right] - \sum_{k=3}^5 \frac{A(s_k) e^{s_k t}}{(s_k^2 + \omega^2) \dot{B}(s_k)} \right\},$$

где  $A(s) = \delta_r s - b_{10} \omega^2$ .

В результате подстановки корней многочлена (5.55), параметров системы и выполнения преобразований можно получить следующую расчетную формулу:

$$\Delta\theta(t) = m \left\{ \frac{\delta_r}{c} - A_m \sin(\omega t - \psi_m) - B_p e^{-\gamma t} - \right. \\ \left. - [A_g \cos(\beta t + \psi_g) - A_p \cos(\beta t - \psi_p)] e^{-\alpha t} \right\}, \quad (5.56)$$

где новые символы означают

$$\left. \begin{aligned} B_p &= \frac{\delta_r(\gamma^2 + \omega^2) + (\delta_r \gamma + \omega^2 b_{10}) \gamma}{\gamma(\gamma^2 + \omega^2) [(3\gamma - 2a)\gamma + b]}; & A_g &= \frac{2\delta_r}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}; \\ A_p &= 2\sqrt{\frac{a_3^2 + b_3^2}{a_4^2 + b_4^2}}; & A_m &= \sqrt{\frac{\delta_r^2 + \omega^2 b_{10}^2}{(a\omega^2 - c)^2 + \omega^2(\omega^2 - b)^2}}; \\ \psi_g &= \operatorname{arctg} \frac{b_2}{a_2}; & \psi_p &= \operatorname{arctg} \frac{b_3}{a_3} + \operatorname{arctg} \frac{b_4}{a_4}; \\ \psi_m &= \operatorname{arctg} \frac{\delta_r}{\omega b_{10}} + \operatorname{arctg} \frac{\omega(\omega^2 - b)}{\alpha\omega^2 - c}; \\ a_4 &= a_0 a_1 + b_0 b_1; & b_4 &= b_0 a_1 - a_0 b_1; \\ a_3 &= \delta_r \alpha + \omega^2 b_{10}; & b_3 &= \delta_r \beta; \\ a_2 &= a_0 \alpha; & b_2 &= (a_0 - b_0) \beta - b_0 \alpha; \\ a_1 &= \alpha^2 - \beta^2 + \omega^2; & b_1 &= 2\alpha \beta; \\ a_0 &= 3(\alpha^2 - \beta^2) - 2a\alpha + b; & b_0 &= 2\beta(a - 3\alpha). \end{aligned} \right\} \quad (5.56, a)$$



Как видно из расчетной формулы, с течением времени колебания, определяемые двумя последними членами, затухают. Однако можно утверждать, что периодическое возникновение возмущающих сил будет обуславливать постоянное существование незатухающего переходного процесса. В качестве иллюстрации на рис. 5.6 приведена осциллограмма колебаний ротора агрегата ДГР 150/750 с одноимпульсным регулятором скорости РП–50 при параллельной работе без нагрузки с другим подобным агрегатом\*. На осциллограмме снят периодически повторяющийся процесс изменения давления впрыска топлива, являющийся причиной появления возмущающей силы с частотой примерно 1 Гц, которая определяет переходный процесс с изменяющейся амплитудой колебаний. Для сравнения на рис. 5.7 помещены расчетные кривые переходного процесса. Характер изменения координаты угла тот же, что и характер изменения тока (или мощности) на осциллограмме.

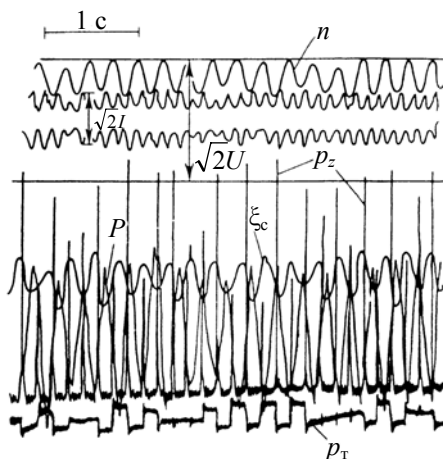


Рис. 5.6. Осциллограмма колебаний ротора агрегата ДГР 150/750 с регулятором скорости РП–50 при параллельной работе с другим однотипным агрегатом без нагрузки со скоростью вращения 720 об/мин.

$U, I, P, n$  – напряжение, ток, мощность, скорость вращения генератора;  $\xi_{sc}, p_z, p_r$  – ход рейки топливного насоса, давление газов в цилиндрах, давление впрыска топлива в двигатель

\* Для иллюстрации выбран двигатель внутреннего сгорания, так как на валу последнего имеются отчетливо выраженные гармоничные составляющие вращающего момента.

Сравнивая эту осциллограмму с осциллограммой, на которой зафиксированы колебания ротора того же агрегата с выключенным регулятором скорости, можно установить, что колебания мощности возросли в 1,5 раза. По расчетным кривым, представленным на рис. 5.7, можно найти, что размах колебаний ротора при включенном регуляторе увеличился также в 1,5–1,6 раза. Так как колебания мощности генератора пропорциональны колебаниям его ротора, расчетная и экспериментальная величины мощности совпадают. Частота колебаний ротора двигателя с фиксированной рейкой топливного насоса составляет 3 Гц. Частота колебаний ротора с включенным регулятором скорости увеличилась и на осциллограмме равна 3,6 Гц, расчетная величина отличается на 0,2 Гц и составляет 3,4 Гц. Таким образом, результаты приближенного расчета колебаний агрегата вполне удовлетворительны.

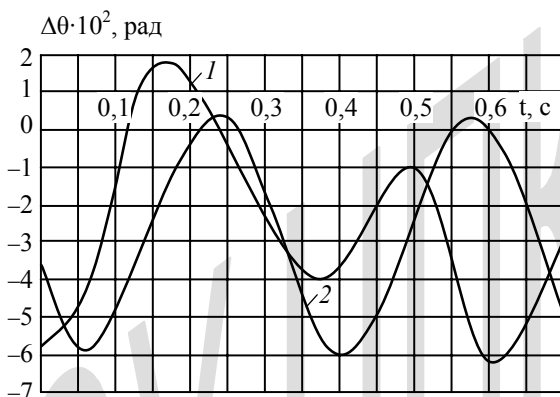


Рис. 5.7. Расчетные графики колебаний ротора агрегата ДГР 150/750 при параллельной работе с другим агрегатом ДГР 150/750 без нагрузки со скоростью вращения 720 об/мин:  
1 – при включенном регуляторе скорости;  
2 – при выключенном регуляторе скорости

Более точное решение может быть получено при помощи полных дифференциальных уравнений (5.50), однако решение последних связано с решением характеристического алгебраического уравнения  $B(s) = 0$  шестой степени. Решение подобных уравнений производится либо при помощи вычислительных машин, либо моделированием процесса.

**Пример 5.2.** Расчет колебаний ротора агрегата ДГР 150/750 при параллельной работе без нагрузки с включенным автоматическим регулятором скорости при постоянном возбуждении в случае недостаточного давления второго впрыска топлива.

*Исходные данные.* Дизель 6ЧН 18/22:  $N = 225 \text{ л} \cdot \text{с}$ ,  $n = 750 \text{ об/мин}$ , число цилиндров  $i = 6$ , четырехтактный  $m_{ц} = 0,5$ . Регулятор скорости вращения РП-50 одноимпульсный;  $T_{к} = 3 \cdot 10^{-3}$ ;  $\delta_r = 3 \cdot 10^{-2}$ . Генератор ГСС 114-8:  $P = 150 \text{ кВт}$ ;  $U = 400 \text{ В}$ ;  $\cos \varphi = 0,8$ ;  $p = 4$ ;  $x_d = 1,44$ ;  $x_q = 0,74$ ;  $x'_d = 0,21$ ;  $r_a = 0,012$ ;  $T_{d0} = 1,57 \text{ с}$ ;  $D = 15 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ ;  $C_x = 1160 \text{ кг} \cdot \text{м}$ .

Момент инерции агрегата  $J = 7,4 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ . Возмущающий момент  $\Delta M_d = -35,2 \text{ кг} \cdot \text{м}$ , при частоте возмущений  $\omega_n = 19 \text{ с}^{-1}$ . Частота вращения агрегата  $n = 720 \text{ об/мин}$ .

#### *А. Расчет при гармоническом возмущающем моменте*

1. Приведенные к номинальному моменту  $M_{ном} = 215 \text{ кг} \cdot \text{м}$  значения параметров

$$J_m = 3,44 \cdot 10^{-2}, D_m = 7 \cdot 10^{-2}, C_m = 5,4, \Delta m_m = -0,164.$$

2. Коэффициенты дифференциального уравнения (5.53, а) по (5.54, а) для  $T_{d0} = 0$ ;  $C_{вм} = 0$ . Возбуждение генератора по условию задачи – постоянная величина, однако для режима генератора без нагрузки, когда  $\theta_0 = 0$ , влияние возбуждения согласно (2.71) не проявляется.

$$a_{30} = T_{к} J_m = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 3,44 \cdot 10^{-2} = 10,3 \cdot 10^{-5};$$

$$a_{20} = \delta_r J_m + T_{к} D_m = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 3,44 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3} \cdot 7 \cdot 10^{-2} = 12,4 \cdot 10^{-4};$$

$$a_{10} = \delta_r D_m + T_{к} C_m - (p \omega_{ном})^{-1} = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 7 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3} \cdot 5,4 - (4 \cdot 78,5)^{-1} = 15,1 \cdot 10^{-3};$$

$$a_{00} = \delta_r C_m = 3 \cdot 10^{-2} \cdot 5,4 = 16,2 \cdot 10^{-2};$$

$$b_{10} = T_{к} = 3 \cdot 10^{-3}.$$

3. Коэффициенты характеристического уравнения (5.55) и приведенный момент

$$a = 12, b = 147, c = 1570, m = -1,59 \cdot 10^3.$$

4. Промежуточные величины при решении алгебраического уравнения

$$s^3 + as^2 + bs + c = 0;$$

$$p = -\frac{a^2}{3} + b = 99; \quad q = 2\left(\frac{a}{3}\right)^3 - \frac{ab}{3} + c = 1110;$$

$$Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 = 343 \cdot 10^3;$$

$$A = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}} = 3,14; \quad B = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}} = -10,45;$$

$$y_1 = A + B = -7,31; \quad y_{2,3} = -\frac{A+B}{2} \pm j \frac{A-B}{2} \sqrt{3} = 3,65 \pm j \cdot 11,7.$$

5. Корни характеристического уравнения

$$s_1 = \gamma = y_1 - \frac{a}{3} = -11,3; \quad s_{2,3} = \alpha \pm j\beta = y_{2,3} - \frac{a}{3} = -0,35 \pm j \cdot 11,7.$$

6. Коэффициенты по (5.56, а) для значений  $\alpha = 0,35$ ,  $\beta = 11,7$

$$\begin{aligned} a_0 &= -275, & b_0 &= 258, \\ a_1 &= 223, & b_1 &= 8,23, \\ a_2 &= -96,4, & b_2 &= -6,4 \cdot 10^3, \\ a_3 &= 1,1, & b_3 &= 0,352, \\ a_4 &= -5,95 \cdot 10^4, & b_4 &= 5,97 \cdot 10^4. \end{aligned}$$

7. Фазовые углы по (5.56, а) для  $\gamma = 11,3$

$$\psi_g = 89^\circ 20', \quad \psi_p = -28^\circ, \quad \psi_m = 84^\circ.$$

8. Амплитудные величины по (5.56, а) для  $\gamma = 11,3$

$$B_p = 2,15 \cdot 10^{-5}, \quad A_g = 0,94 \cdot 10^{-5}, \quad A_p = 2,75 \cdot 10^{-5}, \quad A_m = 1,5 \cdot 10^{-5}.$$

9. Расчетное уравнение по (5.56)

$$\begin{aligned} \Delta\theta(t) &= -3,04 \cdot 10^{-2} + 3,42 \cdot 10^{-2} e^{-11,3t} + \\ &+ [1,5 \cdot 10^{-2} \cos(11,7t + 89^\circ 20') - 4,36 \cdot 10^{-2} \cos(11,7t + 28^\circ)] e^{-0,35t} + \\ &+ 2,35 \cdot 10^{-2} \sin(19t - 84^\circ). \end{aligned}$$

10. График переходного процесса построен на рис. 5.7. Амплитуда установившихся колебаний ротора  $\Delta\theta = 2,4 \cdot 10^{-2}$  рад. Размах колебаний ротора составляет  $4,8 \cdot 10^{-2}$  рад (или  $\Delta\theta_{\text{мех}} = 2,75^\circ$ ,  $\Delta\theta_{\text{эл}} = 11$  эл. град).

11. Максимальное отклонение момента на валу агрегата

$$\Delta M = C_\chi \Delta\theta = 1160 \cdot 4,8 \cdot 10^{-2} = 56 \text{ кг} \cdot \text{м},$$

что составляет 26 % номинального значения.

*Б. Расчет при помощи универсальных  
амплитудно-частотных кривых рис. 5.3*

1. Комплексный параметр агрегата без нагрузки

$$\frac{D}{\sqrt{JC_x}} = \frac{15}{\sqrt{7,4 \cdot 1160}} = 0,16.$$

2. Частота возмущающей силы при недостаточном давлении второго впрыска топлива

$$\omega_n = 2\pi T_n^{-1} = 19 \text{ с}^{-1}.$$

3. Круговая частота свободных колебаний агрегата

$$\omega_c = \sqrt{\frac{C_x}{J}} = \sqrt{\frac{1160}{7,4}} = 12,5 \text{ с}^{-1}.$$

4. Отношение частот

$$\frac{\omega_n}{\omega_c} = 1,52.$$

5. Коэффициент усиления по кривым рис. 5.3

$$\mu = 0,78.$$

6. Амплитудное значение приведенного возмущающего момента

$$\Delta m_n = \frac{\Delta M_d}{J} = 4,76 \text{ с}^{-2}.$$

7. Амплитуда колебаний угла вылета ротора по (5.31)

$$\Delta\theta = \mu \frac{\Delta m_n}{\omega_c^2} = 0,78 \frac{4,76}{156} = 2,38 \cdot 10^{-2} \text{ рад}.$$

Эта величина в предыдущем расчете равна  $\Delta\theta = 2,4 \cdot 10^{-2}$  рад.

**§ 5.4. Оценка колебаний ротора синхронного генератора  
по теореме устойчивости Рауса**

Если задача заключается в том, чтобы определить условия возникновения колебаний, их частоту и амплитудные значения, то целесообразно воспользоваться теоремами устойчивости движения. Известно, что система будет устойчивой, но колебательной, если характеристическое уравнение имеет сопряженные мнимые корни и остальные корни, не равные между собой. Вид и число корней алгебраического уравнения высокой степени без нахождения самих корней определяется по теореме Рауса (см. гл. 4).

Оценим колебания агрегата с автоматическими регуляторами возбуждения и скорости вращения при его параллельной работе с сетью по дифференциальному уравнению четвертого порядка (5.53, а).

Для характеристического уравнения

$$B(s) = a_{40}s^4 + a_{30}s^3 + a_{20}s^2 + a_{10}s + a_{00} = 0 \quad (5.57)$$

имеем следующую таблицу коэффициентов (см. табл. 4.1)

$a_{40}$	$a_{20}$	$a_{00}$	(5.58)
$a_{30}$	$a_{10}$	–	
$\frac{a_{20}a_{30} - a_{10}a_{40}}{a_{30}}$	$a_{00}$	–	
$\frac{a_{10}(a_{20}a_{30} - a_{10}a_{40}) - a_{00}a_{30}^2}{a_{20}a_{30} - a_{10}a_{40}}$	–	–	
$a_{00}$	–	–	

Возвращаясь к уравнению (5.57), следует отметить, что рассматриваемая система – синхронный агрегат с автоматическими регуляторами возбуждения и частоты – прежде всего должна быть устойчивой и потому характеристическое уравнение не должно иметь корней с положительными вещественными частями. Это условие будет выполняться, если все коэффициенты характеристического уравнения (5.57) положительны и справедливы следующие неравенства:

$$\left. \begin{aligned} a_{20}a_{30} &> a_{40}a_{10}, \\ a_{10}a_{20}a_{30} &> a_{40}a_{10}^2 + a_{30}^2a_{00}. \end{aligned} \right\} \quad (5.59)$$

Незатухающие колебания, которые в данном случае представляют интерес, могут существовать, если все элементы одной из строк таблицы коэффициентов будут равны нулю и, кроме того, вспомогательный многочлен, коэффициентами которого являются элементы строки, предшествующей строке нулей, будут иметь пару сопряженных мнимых корней. При выполнении первого условия из четвертой строки таблицы коэффициентов следует

$$a_{10}(a_{20}a_{30} - a_{10}a_{40}) = a_{00}a_{30}^2. \quad (5.60)$$

Второе условие записывается на основании элементов третьей строки в виде уравнения

$$(a_{20}a_{30} - a_{10}a_{40})s^2 + a_{00}a_{30} = 0, \quad (5.61)$$

корни которого равны

$$s_{1,2} = \pm j \sqrt{\frac{a_{00}a_{30}}{a_{20}a_{30} - a_{10}a_{40}}}.$$

Следовательно, круговая частота установившихся колебаний равна

$$\omega_c = \sqrt{\frac{a_{00}a_{30}}{a_{20}a_{30} - a_{10}a_{40}}}. \quad (5.62)$$

Таким образом, подставляя значения параметров в выражения (5.59), (5.60) и (5.62), можно найти их соотношения, при которых работа агрегата будет устойчивой с установившимися колебаниями известной круговой частоты.

Исследуем полученные условия для случая синхронного агрегата без автоматических регуляторов возбуждения и частоты, свободные колебания которого рассмотрены в § 5.1. Полагая в коэффициентах (5.54, а)  $T_{d0} = 0$ ,  $T_k = 0$ ,  $C_{вм} = 0$ , и  $\delta_r = \infty$ , имеем  $a_{40} = 0$ ,  $a_{30} = 0$ ,  $a_{20} = J_m$ ,  $a_{10} = D_m$ ,  $a = C_m$  и характеристическое уравнение будет иметь вид

$$B(s) = J_m s^2 + D_m s + C_m = 0. \quad (5.63)$$

Формальное условие установившихся колебаний, подобное (5.60), будет  $J_m D_m = 0$  (полагая сначала  $a_{40} = 0$ , а затем  $a_{30} = 0$ ); круговая частота этих колебаний по (5.62)

$$\omega_c = \sqrt{\frac{C_m}{J_m}}. \quad (5.64)$$

Она совпадает с частотой свободных колебаний системы без демпфирования – см. 5.15 – , когда  $D_m = 0$ .

Исследуем условия для случая синхронного агрегата с одноимпульсным автоматическим регулятором скорости прямого действия и без регулятора возбуждения. Положим  $T_{d0} = 0$ ,  $C_{вм} = 0$ . Тогда коэффициенты (5.54, а) будут равны

$$a_{40} = 0, a_{30} = T_k J_m, a_{20} = \delta_r J_m + T_k D_m, \\ a_{10} = \delta_r D_m + T_k C_m - \frac{1}{p\omega_{НОМ}}; a_{00} = \delta_r C_m.$$

Характеристическое уравнение будет иметь вид

$$B(s) = a_{30}s^3 + a_{20}s^2 + a_{10}s + a_{00} = 0. \quad (5.65)$$

Условие установившихся колебаний, в соответствии с (5.60), будет таким

$$\left( \delta_r D_m + T_k C_m - \frac{1}{p\omega_{НОМ}} \right) (\delta_r J_m + T_k D_m) = \delta_r T_k C_m J_m. \quad (5.66)$$

После преобразований это равенство примет вид

$$D_m \left( \delta_r + \frac{T_K^2 C_m}{\delta_r J_m + T_K D_m} \right) = \frac{1}{p \omega_{\text{НОМ}}}. \quad (5.67)$$

Круговая частота установившихся колебаний

$$\omega_c = \sqrt{\frac{C_m}{J_m + \frac{T_K}{\delta_r} D_m}}. \quad (5.68)$$

Сравнивая это выражение с формулой (5.64), можно установить, что величина круговой частоты установившихся колебаний агрегата с присоединением регулятора скорости будет уменьшаться, а период колебаний – возрастать.

Наконец, исследуем условия для случая синхронного агрегата без регулятора скорости, но с автоматическим регулятором возбуждения в виде схемы саморегулирования. В этом случае полагаем  $T_K = 0$ ,  $\delta_r = \infty$ . Тогда коэффициенты (5.54, а) будут равны

$$\begin{aligned} a_{40} &= 0; & a_{30} &= T_{d0} J_m; & a_{20} &= T_{d0} D_m + J_m; \\ a_{10} &= T_{d0} C_m + D_m + k_{\Delta} C_{\text{вм}}; & a_{00} &= C_m + C_{\text{вм}} k_{\theta}. \end{aligned}$$

Условие установившихся колебаний, в соответствии с (5.60), будет таким

$$(T_{d0} C_m + D_m + k_{\Delta} C_{\text{вм}})(T_{d0} D_m + J_m) = (C_m + C_{\text{вм}} k_{\theta}) T_{d0} J_m. \quad (5.69)$$

После преобразований равенство (5.69) примет вид

$$1 + \frac{T_{d0}^2 D_m C_m}{(k_{\Delta} C_{\text{вм}} + D_m)(J_m + T_{d0} D_m)} \geq \frac{C_{\text{вм}} k_{\theta} T_{d0} J_m}{(k_{\Delta} C_{\text{вм}} + D_m)(J_m + T_{d0} D_m)}. \quad (5.70)$$

Круговая частота установившихся колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{C_m + C_{\text{вм}} k_{\theta}}{J_m + T_{d0} D_m}}. \quad (5.71)$$

Сравнивая это выражение с формулой (5.64), можно установить, что круговая частота установившихся колебаний агрегата с присоединенным регулятором возбуждения будет меньше, чем частота свободных колебаний агрегата без регулятора, если  $C_{\text{вм}} k_{\theta} < T_{d0} D_m$ , и, наоборот, будет больше, если  $C_{\text{вм}} k_{\theta} > T_{d0} D_m$ .

Представляет интерес оценить влияние на движение агрегата около стационарного положения отдельных возмущающих сил, указанных в уравнении (2.73).



Влияние автоматического регулятора скорости, выражаемое в уравнении членом  $\Delta M_d \equiv \Delta \xi_c$ , зависит от типа и параметров регулятора. Аналогично влияние автоматического регулятора возбуждения, выражаемое членом  $\Delta M_r \equiv C_b \Delta E_q$ , зависит от типа и параметров регулятора, но, кроме того, от параметров схемы возбуждения и обмотки ротора генератора.

Предполагая, что на вход того и другого регулятора подаются синусоидальные колебания с амплитудой  $\Delta \theta_a$  и частотой  $\omega_a$ , можно при помощи их дифференциальных уравнений оценить регулирующий эффект каждого.

Изменение угла вылета ротора во времени задается функцией

$$\Delta \theta(t) = \Delta \theta_a \sin \omega_a t. \quad (5.72)$$

Для системы саморегулирования без корректора напряжения справедливо уравнение (5.39)

$$T_{d0} \Delta \dot{E}_q + \Delta E_q = k_\Delta \Delta \dot{\theta} + k_\theta \Delta \theta.$$

Прямое  $\mathcal{L}$ -преобразование этого уравнения с учетом нулевых начальных условий дает зависимость

$$\Delta E_q(s) = \frac{k_\Delta (s + k_\theta k_\Delta^{-1})}{T_{d0}(s + T_{d0}^{-1})} \Delta \theta(s),$$

где изображение обобщенной координаты движения находится из (5.72)

$$\Delta \theta(s) = \Delta \theta_a \frac{\omega_a}{s^2 + \omega_a^2}. \quad (5.73)$$

Обратное  $\mathcal{L}$ -преобразование позволяет получить

$$\Delta E_q(t) = k_\Delta \omega_a \Delta \theta_a \left[ \frac{k_\theta k_\Delta^{-1} T_{d0} - 1}{\omega_a^2 T_{d0}^2 + 1} e^{-\frac{t}{T_{d0}}} + \frac{1}{\omega_a} \sqrt{\frac{k_\theta^2 k_\Delta^{-2} + \omega_a^2}{1 + \omega_a^2 T_{d0}^2}} \sin(\omega_a t + \psi_e) \right],$$

где  $\psi_e$  – угол сдвига фазы колебаний ЭДС машины.

В установившемся режиме колебания ЭДС за синхронным продольным сопротивлением генератора будут определяться из последнего выражения для достаточно большого значения времени

$$\Delta E_q(t) = k_\Delta \Delta \theta_a \sqrt{\frac{k_\theta^2 k_\Delta^{-2} + \omega_a^2}{1 + \omega_a^2 T_{d0}^2}} \sin(\omega_a t + \psi_e) \quad (5.74)$$

при сдвиге фазы колебаний относительно колебаний угла вылета ротора

$$\psi_e = \arctg \frac{k_\Delta \omega_a}{k_\theta} - \arctg \omega_a T_{d0}. \quad (5.75)$$

Для автоматического регулятора скорости решение уравнения при заданном возмущении имеет более сложный вид. Если учесть, что на вход регулятора подается возмущение низкой частоты, то при решении уравнения можно пренебречь постоянной времени измерителя. Тогда для двухимпульсного регулятора скорости прямого действия, у которого связь катаракта с измерителем жесткая, уравнение движения (5.49) в рассматриваемом случае будет иметь вид

$$T_k \Delta \dot{\xi}_c + \delta_r \Delta \xi_c - k_\lambda \delta_r C_m \Delta \theta - \frac{\Delta \dot{\theta}}{p \omega_{\text{НОМ}}} = 0. \quad (5.76)$$

Применяя прямое  $\mathcal{L}$ -преобразование и учитывая нулевые начальные условия, имеем

$$\Delta \xi_c(s) = \frac{s + k_\lambda \delta_r p \omega_{\text{НОМ}} C_m}{p \omega_{\text{НОМ}} T_k (s + \delta_r T_k^{-1})} \Delta \theta(s). \quad (5.77)$$

Обратное  $\mathcal{L}$ -преобразование этого равенства с учетом изображения возмущающей функции (5.73) позволяет получить следующую формулу:

$$\Delta \xi_c(t) = \frac{\omega_a \Delta \theta_a}{p \omega_{\text{НОМ}} T_k} \left[ \frac{\delta_r T_k (k_\lambda p \omega_{\text{НОМ}} C_m T_k - 1)}{\omega_a^2 T_k^2 + \delta_r^2} e^{-\frac{\delta_r}{T_k} t} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega_a} \sqrt{\frac{(k_\lambda \delta_r p \omega_{\text{НОМ}} C_m)^2 + \omega_a^2}{\delta_r^2 T_k^{-2} + \omega_a^2}} \sin(\omega_a t + \psi_\xi) \right], \quad (5.78)$$

где  $\psi_\xi$  – угол сдвига фазы колебаний координаты регулирующего органа.

В установившемся режиме колебания регулирующего органа будут определяться этой формулой для достаточно большого значения времени

$$\Delta \xi_c(t) = \frac{\Delta \theta_a}{p \omega_{\text{НОМ}}} \sqrt{\frac{(k_\lambda \delta_r p \omega_{\text{НОМ}} C_m)^2 + \omega_a^2}{\delta_r^2 + \omega_a^2 T_k^2}} \sin(\omega_a t + \psi_\xi) \quad (5.79)$$

при сдвиге фазы колебаний относительно колебаний угла вылета ротора

$$\psi_\xi = \arctg \frac{\omega_a}{k_\lambda \delta_r p \omega_{\text{НОМ}} C_m} - \arctg \frac{\omega_a T_k}{\delta_r}. \quad (5.80)$$

Для одноимпульсного регулятора формула колебаний примет вид

$$\Delta \xi_c(t) = \frac{\omega_a \Delta \theta_a}{p \omega_{\text{НОМ}} \sqrt{\omega_a^2 T_k^2 + \delta_r^2}} \sin(\omega_a t + \psi_\xi), \quad (5.81)$$

где

$$\psi_\xi = \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{\omega_a T_k}{\delta_r}.$$

Теперь, располагая выражениями изменения сил, воздействующих на движение агрегата, можно оценить степень влияния каждой силы. Отношение амплитудных значений этих возмущений может быть получено как частное от деления (5.35) на (5.41) с подстановкой формул (5.74) и (5.79)

$$\frac{\Delta M_{\Gamma}}{\Delta M_{\Delta}} = p \omega_{\text{НОМ}} k_{\Delta} C_{\text{ВМ}} \sqrt{\frac{(k_{\theta}^2 k_{\Delta}^{-2} + \omega_a^2)(\delta_r^2 + \omega_a^2 T_{\text{К}}^2)}{[(k_{\lambda} \delta_r p \omega_{\text{НОМ}} C_m)^2 + \omega_a^2](1 + \omega_a^2 T_{d0}^2)}}. \quad (5.82)$$

Для одноимпульсного регулятора скорости отношение амплитудных значений возмущений будет иметь следующий вид

$$\frac{\Delta M_{\Gamma}}{\Delta M_{\Delta}} = \frac{p \omega_{\text{НОМ}} k_{\Delta} C_{\text{ВМ}}}{\omega_a} \sqrt{\frac{(k_{\theta}^2 k_{\Delta}^{-2} + \omega_a^2)(\delta_r^2 + \omega_a^2 T_{\text{К}}^2)}{1 + \omega_a^2 T_{d0}^2}}. \quad (5.83)$$

Учитывая, что  $\omega_a^2 \gg k_{\theta}^2 k_{\Delta}^{-2}$  и  $\omega_a^2 T_{d0}^2 \gg 1$ , формулу (5.83) можно упростить

$$\frac{\Delta M_{\Gamma}}{\Delta M_{\Delta}} \approx \frac{p \omega_{\text{НОМ}} k_{\Delta} C_{\text{ВМ}}}{\omega_a T_{d0}} \sqrt{\delta_r^2 + \omega_a^2 T_{\text{К}}^2}. \quad (5.84)$$

**Пример 5.3.** Расчет отношения амплитудных значений возмущений со стороны регуляторов возбуждения и скорости для агрегата ДГР 150/750 при частоте возмущающей силы  $\omega_a = 19,6 \text{ с}^{-1}$ .

*Исходные данные.* Нагрузка генератора 75 % номинальной; параметры генератора:  $n = 750 \text{ об/мин}$ ,  $T_{d0} = 1,57 \text{ с}$ ,  $x_d = 1,44$ ,  $x_q = 0,74$ ,  $x'_d = 0,21$ ;  $\cos \varphi = 0,8$ ; параметры регулятора скорости двигателя:  $\delta_r = 3 \cdot 10^{-2}$ ,  $T_{\text{К}} = 3 \cdot 10^{-3}$ .

#### Расчет

1. Величина сопротивлений нагрузки, о. е.

$$z_{\text{Н}} = \frac{U_{\text{Н}} I_{\Gamma, \text{НОМ}}}{I_{\text{Н}} U_{\Gamma, \text{НОМ}}} = \frac{1}{0,75} = 1,33, \quad r_{\text{Н}} = 1,06, \quad x_{\text{Н}} = 0,8.$$

2. Угол вылета ротора по (1.1) для  $r_a = 0$

$$\theta_0 = \arctg \frac{x_q \cos \varphi}{z_{\text{Н}} + x_q \sin \varphi} = \arctg \frac{0,74 \cdot 0,8}{1,33 + 0,74 \cdot 0,6} = 18^{\circ}.$$

3. Полные сопротивления нагрузки и генератора

$$x_{d\text{Н}} = 2,24, \quad x_{q\text{Н}} = 1,54, \quad r_{a\text{Н}} = 1,06.$$

4. ЭДС при данной нагрузке по (1.2)

$$E_{q0} = \frac{x_{dн}x_{qн} + r_{ан}^2}{z_{н}\sqrt{x_{qн}^2 + r_{ан}^2}} U = \frac{2,24 \cdot 1,54 + 1,06^2}{1,33\sqrt{1,54^2 + 1,06^2}} = 1,82.$$

5. Синхронная жесткость генератора по (2.69)

$$C = \frac{U_c E_{q0}}{x_d} \cos \theta_0 + \frac{(x_d - x_q) U_c^2}{x_d x_q} \cos 2\theta_0 = \frac{1,82}{1,44} 0,95 + \frac{0,7}{1,44 \cdot 0,74} 0,8 = 1,725.$$

6. Коэффициент пропорциональности отклонения тока статора отклонению угла вылета ротора по (5.36)

$$k_c = \frac{C}{U_0 \cos \varphi_0} = \frac{1,725}{0,8} = 2,16.$$

7. Коэффициент пропорциональности отклонения ЭДС по (5.40)

$$k_{\Delta} = T_{d0} (x_d - x'_d) (I_0 \cos \psi_0 + k_c \sin \psi_0) = \\ = 1,57 \cdot 1,23 (0,75 \cdot 0,57 + 2,16 \cdot 0,82) = 4,24,$$

где  $\psi_0 = \theta_0 + \varphi_0 = 18^\circ + 37^\circ = 55^\circ$  (см. рис. 1.3).

8. Коэффициент влияния возбуждения по (2.71), приведенный к номинальному моменту двигателя,

$$C_{вм} = 1,25 \frac{U_c \sin \theta_0}{x_d} = \frac{1,25 \cdot 0,31}{1,44} = 0,27.$$

9. Номинальная круговая частота

$$\omega_{ном} = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 750}{30} = 78,5 \text{ с}^{-1}.$$

10. Отношение амплитуд по (5.84)

$$\frac{\Delta M_{г}}{\Delta M_{д}} = \frac{p \omega_{ном} k_{\Delta} C_{вм}}{\omega_a T_{d0}} \sqrt{\delta_r^2 + \omega_a^2 T_k^2} = \\ = \frac{4 \cdot 78,5 \cdot 4,24 \cdot 0,27}{19,6 \cdot 1,57} \sqrt{9 \cdot 10^{-4} + 19,6^2 \cdot 9 \cdot 10^{-6}} = 0,8.$$

Из этого отношения амплитуд видно, что при одном и том же характере возмущающей силы более чувствительным к возмущающей силе оказывается регулятор скорости агрегата.